“多边形的内角和与外角和及本章小结”

每周一习 B 卷

命题人：淮安外国语学校 张爱国 董兆国

基础闯关

（时间 45 分钟；满分 100 分）

一．选择题（每题 3 分，计 18 分）

1．在△ABC 中，∠A=20°，∠B=60°，则△ABC 的形状是（　　）

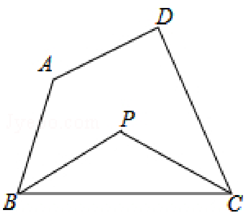
A．等边三角形 B．锐角三角形 C．直角三角形 D．钝角三角形

2．将一个 n 边形变成 n+1 边形，内角和将（　　）

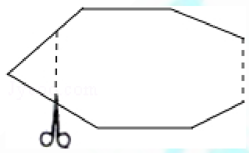
A．减少 180°　B．增加 90°　C．增加 180°　D．增加 360°

3．如图，在四边形 ABCD 中，∠A+∠D=α，∠ABC 的平分线与∠BCD 的平分线交于点 P，则∠P=（　　）

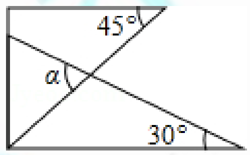
A．$90°-\frac{1}{2}\alpha$　B．$90°+\frac{1}{2}\alpha$ C．$\frac{1}{2}\alpha$　D．$360°-\alpha$



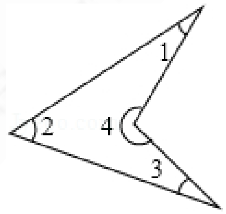
第 3 题图



第 4 题图



第 7 题图



第 9 题图

4. 如图，一个多边形纸片按图示的剪法剪去一个内角后，得到一个内角和为 2340°的新多边形，则原多边形的边数为（　　）

A．13　B．14　C．15　D．16

5．一个多边形除一个内角外其余内角的和为 1510°，则这个多边形对角线的条数是（　　）

A．27　B．35　C．44　D．54

6．在四边形 ABCD 中，∠A=∠B=∠C，点 E 在边 AB 上，∠AED=60°，则一定有（　　）

A．∠ADE=20° B．∠ADE=30° C．$\angle ADE=\frac{1}{2}\angle ADC$　D．$\angle ADE=\frac{1}{3}\angle ADC$

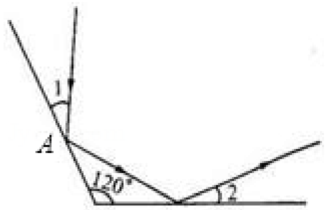
二．填空题（每题 3 分，计 24 分）

7．如图是一副三角板叠放的示意图，则∠α=____．

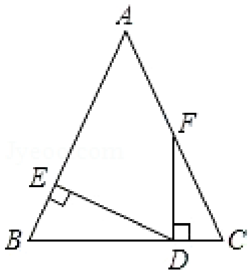
8．在△ABC 中，∠A=100°，∠B=3∠C，则∠B=____度．

9．如图，∠1+∠2+∠3+∠4=____度．

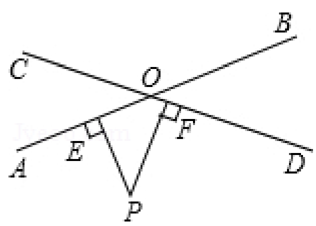
10．如图，平面镜 A 与 B 之间夹角为 120°，光线经过平面镜 A 反射后射在平面镜 B 上，再反射出去，若∠1=∠2，则∠1=____度．



第 10 题



第 12 题



第 13 题

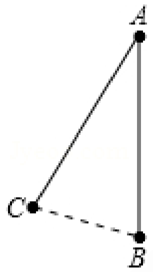
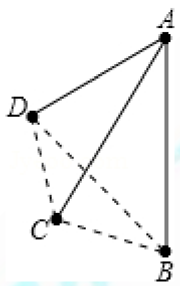
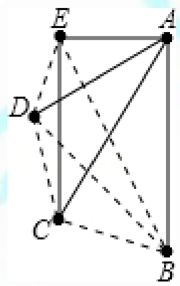
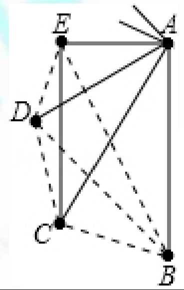
11．在 Rt△ABC 中，锐角 A 的平分线与锐角 B 的邻补角的平分线相交于点 D，则∠ADB=________度．

12．如图，△ABC 中，∠B=∠C，FD⊥BC 于 D，DE⊥AB 于 E，∠AFD=158°，则∠EDF 等于____度．

13．已知：如图，直线 AB、CD 相交于点 O，PE⊥AB 于点 E，PF⊥CD 于点 F，如果

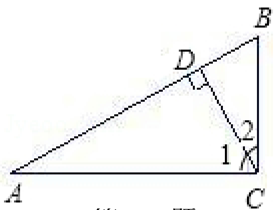
∠AOC=50°，那么∠EPF=______度．

14．小明在阅览时发现这样一个问题"在某次聚会中，共有 6 人参加，如果每两人都握一次手，共握几次手？"，小明通过努力得出了答案．为了解决更一般的问题，小明设计了下列图表进行探究：请你在图表右下角的横线上填上你归纳出的一般结论（填入最后一个图下的空线上）．

参加人数	2	3	4	5	...	n
握手示意图						
握手次数	1	2+1=3	3+2+1=6	4+3+2+1=10	...	

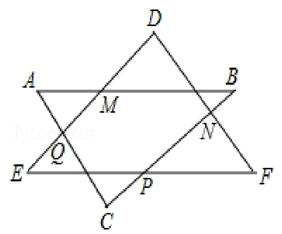
三．解答题（前 6 题每题 8 分，最后 1 题 10 份，计 58 分）

15．如图，在直角△ABC 中，∠ACB=90°，CD 是高，∠1=35°，求∠2，∠B 与∠A 的度数．



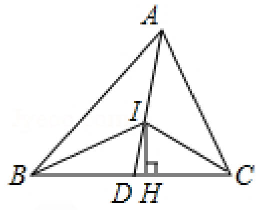
第 15 题

16．如图，若∠B=40°，∠C=71°，∠BME=133°，∠EPB=140°，∠F=47°．求∠A，∠D．



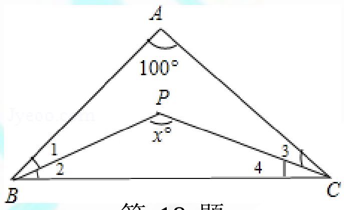
第 16 题

17．如图，已知三角形 ABC 的三个内角平分线交于点 I，IH⊥BC 于 H，试比较∠CIH 和∠BID 的大小．



第 17 题

18．如图，已知∠1=∠2，∠3=∠4．（1）若∠A=100°，求 x 的值；（2）若∠A=n°，求 x 的值．

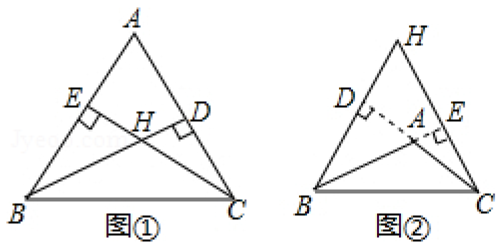


第 18 题

19．在△ABC 中，∠A=$\frac{1}{2}$（∠B+∠C）、∠B﹣∠C=20°，求∠A、∠B、∠C 的度数．

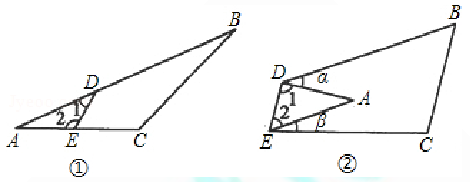
20．（1）如图①，△ABC 是锐角三角形，高 BD、CE 相交于点 H，找出∠BHC 和∠A 之间存在何种等量关系；

（2）如图②，若△ABC 是钝角三角形，∠A＞90°，高 BD、CE 所在的直线相交于点 H，把图②补充完整，并指出此时（1）中的等量关系是否仍然成立？



第 20 题

21．（1）如图①所示，$\angle 1+\angle 2$ 与 $\angle B+\angle C$ 有什么关系？为什么？
（2）如图②若把 $\triangle ABC$ 纸片沿 DE 点折叠当点 A 落在四边形 BCED 内部时，则 $\angle A$ 与 $\angle \alpha+\angle \beta$ 之间有一种数量关系始终保持不变，请写出这个规律并说明理由．

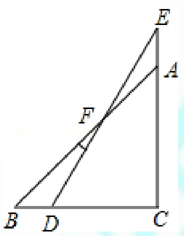


第 21 题

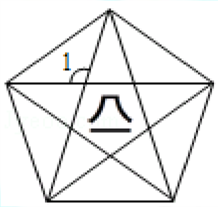
能力挑战（时间 30 分钟，满分 30 分）

一.选择题: (每题 3 分，计 6 分)

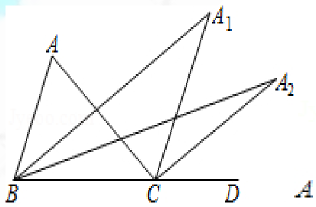
1．（**2013•湘西州**）如图，一副分别含有 30°和 45°角的两个直角三角板，拼成如下图形，其中 $\angle C=90°$，$\angle B=45°$，$\angle E=30°$，则 $\angle BFD$ 的度数是（　　）
A．15° B．25° C．30° D．10°



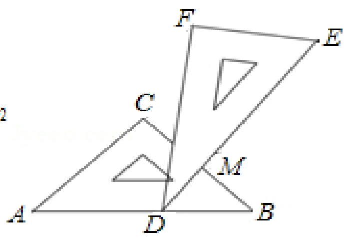
选做第 1 题



选做第 2 题



选做第 3 题图



选做第 4 题图

2．（**2016•宁德**）如图是一枚“八一”建军节纪念章，其外轮廓是一个正五边形，则图中 $\angle 1$ 的大小为（　　　）°．
A．120°　　　B．36°　　C．108°　　　　D．90°

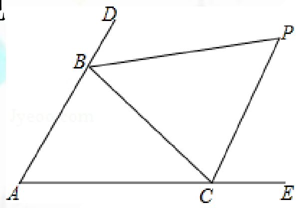
二.填空题: (每题 3 分，计 6 分)

3．如图，$\angle ACD$ 是 $\triangle ABC$ 的外角，$\angle ABC$ 的平分线与 $\angle ACD$ 的平分线交于点 A_1，$\angle A_1BC$ 的平分线与 $\angle A_1CD$ 的平分线交于点 A_2，…，$\angle A_{n-1}BC$ 的平分线与 $\angle A_{n-1}CD$ 的平分线交于点 A_n．设 $\angle A=\theta$．则:（1）$\angle A_1=$____;（2）$\angle A_n=$____．
4．一副三角板叠在一起如图放置，最小锐角的顶点 D 恰好放在等腰直角三角板的斜边 AB 上，BC 与 DE 交于点 M．如果 $\angle ADF=100°$，那么 $\angle BMD$ 为____度．

三.解答题: (第 5 题 8 分，第 6 题 10 分，第 5 题 10 分)

5．$\triangle ABC$ 中，三个内角的度数均为整数，且$\angle A<\angle B<\angle C$，$4\angle C=7\angle A$，求$\angle A$ 的度数.

6．如图，$\triangle ABC$ 中，分别延长$\triangle ABC$ 的边 AB、AC 到 D、E，$\angle CBD$ 与$\angle BCE$ 的平分线相交于点 P，爱动脑筋的小明在写作业的时发现如下规律：



（1）若$\angle A=50°$，则$\angle P=$________°；

（2）若$\angle A=90°$，则$\angle P=$________°；

（3）若$\angle A=100°$，则$\angle P=$________°；

（4）请你用数学表达式归纳$\angle A$ 与$\angle P$ 的关系，并说明理由.

7．Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，点 D、E 分别是$\triangle ABC$ 边 AC、BC 上的点，点 P 是一动点．令$\angle PDA=\angle 1$，$\angle PEB=\angle 2$，$\angle DPE=\angle\alpha$.

（1）若点 P 在线段 AB 上，如图（1）所示，且$\angle\alpha=50°$，则$\angle 1+\angle 2=$____°；

（2）若点 P 在边 AB 上运动，如图（2）所示，则$\angle\alpha$、$\angle 1$、$\angle 2$ 之间的关系为：____；

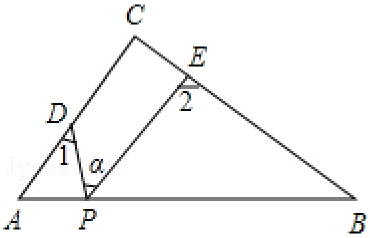


图1

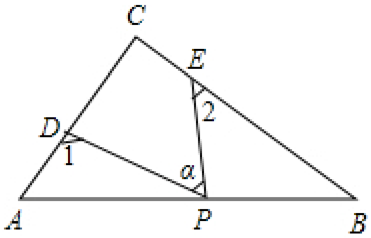


图2

（3）若点 P 运动到边 AB 的延长线上，如图（3）所示，则∠α、∠1、∠2 之间有何关系？猜想并说明理由．

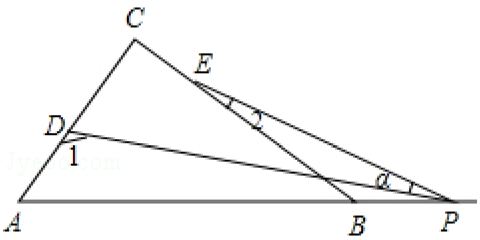


图3

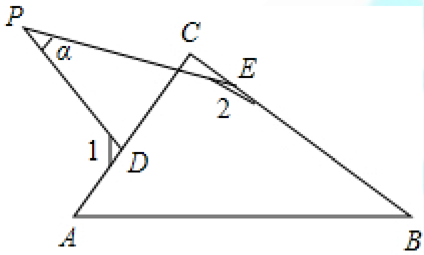


图4

（4）若点 P 运动到△ABC 形外，如图（4）所示，则∠α、∠1、∠2 之间的关系为：_____．

每周一习 B 卷答案

一．选择题

1．（D）.根据三角形的内角和定理求出∠C，即可判定△ABC 的形状.

解：∵∠A=20°，∠B=60°，

∴∠C=180°﹣∠A﹣∠B=180°﹣20°﹣60°=100°，

∴△ABC 是钝角三角形.

故选 D.

本题考查了三角形的内角和定理，比较简单，求出∠C 的度数是解题的关键.

2．（C）.利用多边形的内角和公式即可求出答案.

解：n 边形的内角和是（n﹣2）•180°，

n+1 边形的内角和是（n﹣1）•180°，

因而（n+1）边形的内角和比 n 边形的内角和大（n﹣1）•180°﹣（n﹣2）•180=180°.

故选：C.

本题主要考查了多边形的内角和公式，是需要识记的内容.

3．（C）.先求出∠ABC+∠BCD 的度数，然后根据角平分线的性质以及三角形的内角和定理求解∠P 的度数.

解：∵四边形 ABCD 中，∠ABC+∠BCD=360°﹣（∠A+∠D）=360°﹣α，

∵PB 和 PC 分别为∠ABC、∠BCD 的平分线，

∴∠PBC+∠PCB=$\frac{1}{2}$（∠ABC+∠BCD）=$\frac{1}{2}$（360°﹣α）=180°﹣$\frac{1}{2}$α，

则∠P=180°﹣（∠PBC+∠PCB）=180°﹣（180°﹣$\frac{1}{2}$α）=$\frac{1}{2}$α.

故选：C.

本题考查了多边形的内角和外角以及三角形的内角和定理，属于基础题.

4．（B）.根据多边形内角和公式，可得新多边形的边数，根据新多边形比原多边形多 1 条边，可得答案.

解：设新多边形是 n 边形，由多边形内角和公式得

（n﹣2）180°=2340°，

解得 n=15，

原多边形是 15﹣1=14，

故选：B.

本题考查了多边形内角与外角，多边形的内角和公式是解题关键.

5．（C）.设出题中所给的两个未知数，利用内角和公式列出相应等式，根据边数为整数求解即可，再进一步代入多边形的对角线计算方法$\frac{n(n-3)}{2}$，即可解答.

解：设这个内角度数为 x，边数为 n，

∴（n﹣2）×180°﹣x=1510，

180n=1870+x，

∵n 为正整数，

∴n=11，

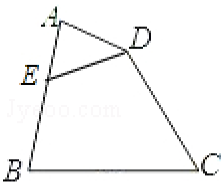
∴$\frac{11\times(11-3)}{2}$=44，

故选：C．

此题考查多边形的内角和计算公式以及多边形的对角线条数的计算方法，属于需要识记的知识．

6．（D）.利用三角形的内角和为 180°，四边形的内角和为 360°，分别表示出∠A，∠B，∠C，根据∠A=∠B=∠C，得到∠ADE=$\frac{1}{2}$∠EDC，因为∠ADC=∠ADE+∠EDC=$\frac{1}{2}$∠EDC+∠EDC=$\frac{3}{2}$∠EDC，所以∠ADE=$\frac{1}{3}$∠ADC，即可解答．

解：如图，



在△AED 中，∠AED=60°，

∴∠A=180°﹣∠AED﹣∠ADE=120°﹣∠ADE，

在四边形 DEBC 中，∠DEB=180°﹣∠AED=180°﹣60°=120°，

∴∠B=∠C=（360°﹣∠DEB﹣∠EDC）÷2=120°﹣$\frac{1}{2}$∠EDC，

∵∠A=∠B=∠C，

∴120°﹣∠ADE=120°﹣$\frac{1}{2}$∠EDC，

∴∠ADE=$\frac{1}{2}$∠EDC，

∵∠ADC=∠ADE+∠EDC=$\frac{1}{2}$∠EDC+∠EDC=$\frac{3}{2}$∠EDC，

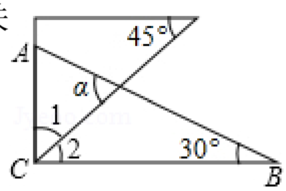
∴∠ADE=$\frac{1}{3}$∠ADC，

故选：D．

本题考查了多边形的内角和，解决本题的关键是根据利用三角形的内角和为 180°，四边形的内角和为 360°，分别表示出∠A，∠B，∠C．

二．填空题

7．75°.首先根据三角板度数可得：∠ACB=90°，∠1=45°，再根据角的和差关系可得∠2 的度数，然后再根据三角形内角与外角的关系可得答案．



解：∵∠ACB=90°，∠1=45°，

∴∠2=90°﹣45°=45°，

∴∠α=45°+30°=75°，

故答案为：75°.

此题主要考查了三角形外角的性质，关键是掌握三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和.

8． 60° ．由已知得 100°+3∠C+∠C=180°，所以∠C=20°，∠B=3∠C=60°.

解：设∠C 为 x.

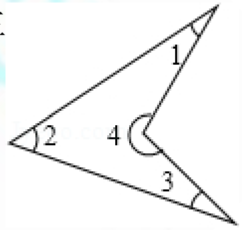
100°+x+3x=180°，

∴x=20°，

∴∠B=20°×3=60°.

本题考查的是三角形内角和定理．三角形的内角和是 180°.

9．360° ．连接∠2 和∠4 的顶点，可得两个三角形，根据三角形的内角和定理即可求出答案.



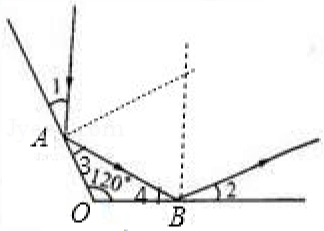
解：连接∠2 和∠4 的顶点，可得两个三角形，

根据三角形的内角和定理，∠1+∠2+∠3+∠4=360°.

此题主要考查三角形的内角和定理.

10．30° ．因为入射角等于反射角，所以∠1=∠2=（180°﹣120°）÷2.

解：如图所示，作出入射光线的法线，



根据“入射角等于反射角”可知∠1=∠3，∠2=∠4，

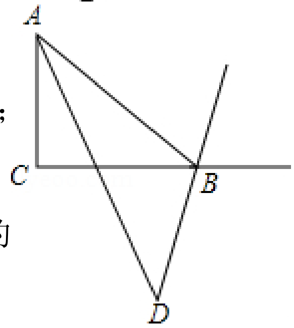
∵∠1=∠2，∠AOB=120°，

∴1=∠2=（180°﹣120°）÷2=30°.

故答案为：30°.

此题由题意得出“入射角等于反射角”是关键.

11．45°．根据余角、补角的定义计算.



解：设锐角∠A 大小为 x，则锐角∠ABC 的邻补角为 90°+x；

可得∠ADB=180°﹣（$\frac{x}{2}$+90°﹣x+45°+$\frac{x}{2}$）=45°.

本题考查余角、补角的定义及角平分线性质的运用；α 的余角为 90°﹣α，补角为 180°﹣α.

12．68°．由图可知，∠EDF=∠FDB﹣∠EDB=90°﹣∠EDB，而∠EDB 与∠B 互余，∠CFD 与∠C 互余，∠B=∠C，则∠BDE=∠CFD，由邻补角定义知∠CFD=180°﹣∠AFD，从而求出∠EDF 的度数.

解：∵∠B=∠C，

∴∠BDE=∠CFD=180°﹣158°=22°，

∵FD⊥BC 于 D，DE⊥AB 于 E，

∴∠EDF=∠C=90°﹣22°=68°.

故答案为：68.

本题中可简单的利用同角的余角相等这一性质解题.

垂直和直角总是联系在一起.

13．50°．首先由邻补角定义得出∠AOF=180°﹣∠AOC，然后根据垂直的定义得出∠OEP=∠OFP=90°，再根据四边形的内角和定理得出结果．

解：∵∠AOC=50°，

∴∠AOF=180°﹣∠AOC=130°．

∵PE⊥AB 于点 E，PF⊥CD 于点 F，

∴∠OEP=∠OFP=90°，

∴∠EPF=360°﹣∠AOF﹣∠OEP﹣∠OFP=50°．

本题主要考查了邻补角、垂直的定义及四边形的内角和定理．

14．$\frac{n(n-1)}{2}$．首先根据图表，求得当参加人数为 2，3，4，5 人时，握手的次数，然后观察归纳找到规律为：当参加人数为 n 人时，握手次数为：$\frac{n(n-1)}{2}$．

解：根据图表可得：

当参加人数为 2 人时，握手次数为：$1=\frac{1}{2}\times2\times1$，

当参加人数为 3 人时，握手次数为：$3=\frac{1}{2}\times3\times2$，

当参加人数为 4 人时，握手次数为：$6=\frac{1}{2}\times4\times3$，

当参加人数为 5 人时，握手次数为：$10=\frac{1}{2}\times5\times4$，

…

∴当参加人数为 n 人时，握手次数为：$\frac{n(n-1)}{2}$．

故答案为：$\frac{n(n-1)}{2}$．

此题考查了规律性问题，考查了学生的观察归纳能力．注意掌握由一般到特殊的归纳方法，找到规律：当参加人数为 n 人时，握手次数为：$\frac{n(n-1)}{2}$是解题的关键．

三．解答题

15．∠2=55°，∠B=35°，∠A=55°.可利用直角三角形的特殊性质和同角的余角相等进行解题．

解：∵∠ACB=90°，CD 是高，∠1=35°，

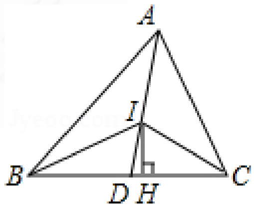
∴∠A=∠2=90°－∠1=55°，∠B=∠1=35°．

主要考查了直角三角形的内角之间的关系．注意：本题中可简单的利用同角的余角相等这一性质解题．垂直和直角总是联系在一起．

16．∠A==69°，∠D=86°.根据三角形的内角和等于 180°列式计算即可求出∠A，再根据四边形的内角和等于 360°列使计算即可求出∠E，然后利用三角形的内角和等于 180°列式计算即可求出∠D．

解：在△ABC 中，∵∠B=40°，∠C=71°，
∴∠A=180°﹣∠B﹣∠C=180°﹣40°﹣71°=69°，
∵∠BME=133°，∠EPB=140°，
∴∠E=360°﹣133°﹣140°﹣40°=47°，
在△DEF 中，∠D=180°﹣47°﹣47°=86°.
本题考查了三角形的内角和定理，四边形的内角和定理，熟记定理并准确识图，理清图中各角度之间的关系是解题的关键.

17．∠BID=∠CIH.根据角平分线的定义、三角形内角和定理可知∠BAD+∠ABI+∠HCI=90°．又因为∠BAD+∠ABI=∠BID，90°﹣∠HCI=∠CIH，所以∠BID=∠CIH．
解：因为 AI、BI、CI 为三角形 ABC 的角平分线，
所以$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC$，
$\angle ABI=\frac{1}{2}\angle ABC$，
$\angle HCI=\frac{1}{2}\angle ACB$．
所以∠BAD+∠ABI+∠HCI
$=\frac{1}{2}\angle BAC+\frac{1}{2}\angle ABC+\frac{1}{2}\angle ACB$
$=\frac{1}{2}(\angle BAC+\angle ABC+\angle ACB)$
$=\frac{1}{2}\times 180°$
=90°．



所以∠BAD+∠ABI=90°﹣∠HCI．
又因为∠BAD+∠ABI=∠BID，90°﹣∠HCI=∠CIH，
2（∠BAD+∠ABI+∠HCI）=180°，
∠BAD+∠ABI+∠HCI=90°，
所以∠BID=∠CIH．
所以∠BID 和∠CIH 是相等的关系．
本题考查了角平分线的定义及三角形内角和定理：三角形三个内角的和为 180°．

18．（1）x=140°.（2）$x=90°+\frac{1}{2}n°$．（1）利用三角形的内角和定理求解．（2）由（1）的结论可知$x=90°+\frac{1}{2}\angle A$．
解：（1）∵∠1=∠2，∠3=∠4．
∴∠1+∠2+∠3+∠4=180°﹣∠A=80°，即 2（∠2+∠4）=80°，∠2+∠4=40°．
∴x=180°﹣（∠2+∠4）=180°﹣40°=140°．

（2）由（1）可知，$\angle 2+\angle 4=\frac{1}{2}$（$180°-\angle A$），

∴$x=180°-$（$\angle 2+\angle 4$）$=180°-\frac{1}{2}$（$180°-\angle A$）$=90°+\frac{1}{2}\angle A=90°+\frac{1}{2}n°$.

本题也可以作辅助线，构造三角形的外角，利用三角形外角的性质求解.

19．$\angle A=60°$，$\angle B=70°$，$\angle C=50°$．先根据$\angle A=\frac{1}{2}$（$\angle B+\angle C$）可知 $2\angle A=\angle B+\angle C$，再根据$\angle A+\angle B+\angle C=180°$可知，$3\angle A=180°$，故可得出∠A 的度数，由此可得出$\angle B+\angle C$ 的度数，再根据$\angle B-\angle C=20°$即可得出结论.

解：∵$\angle A=\frac{1}{2}$（$\angle B+\angle C$），

∴$2\angle A=\angle B+\angle C$①，

∵$\angle A+\angle B+\angle C=180°$②，

把①代入③得，$3\angle A=180°$，解得$\angle A=60°$，

∴$\angle B+\angle C=120°$③，

∵$\angle B-\angle C=20°$④，

∴③+④得，$2\angle B=140°$，解得$\angle B=70°$，

∴$\angle C=50°$，

∴$\angle A=60°$，$\angle B=70°$，$\angle C=50°$.

本题考查的是三角形内角和定理，熟知三角形内角和是 180°是解答此题的关键.

20．（1）$\angle BHC+\angle A=180°$.（2）$\angle BHC+\angle BAC=180°$．（1）根据对顶角的性质，可得∠BHC 与∠EHD 的关系，根据四边形的内角和定理，可得答案；

（2）根据对顶角的性质，可得∠BHC 与∠EHD 的关系，根据四边形的内角和定理，可得答案.

解：（1）由∠BHC 与∠EHD 是对顶角，得

$\angle BHC=\angle EHD$.

由高 BD、CE 相交于点 H，得

$\angle ADH=\angle AEH=90°$.

由四边形内角和定理，得

$\angle A+\angle AEH+\angle EHD+\angle HDA=360°$，

$\angle A+\angle EHD=360°-\angle AEH-\angle HDA=360°-90°-90°=180°$，

∴$\angle BHC+\angle A=180°$；

（2）由∠BHC 与∠EHD 是对顶角，得

$\angle BHC=\angle EHD$.

由高 BD、CE 相交于点 H，得

$\angle ADH=\angle AEH=90°$.

由四边形内角和定理，得

$\angle H+\angle AEH+\angle EHD+\angle HDA=360°$，

$\angle H+\angle DAE=360°-\angle AEH-\angle HDA=360°-90°-90°=180°$，

∴$\angle BHC+\angle BAC=180°$.

本题考查了多边形的内角与外角，利用了四边形的内角和，对顶角的性质.

21．（1）∠1+∠2=∠B+∠C.（2）α+β=2∠A．分析图形利用三角形内角和四边形的内角和解题．（1）根据三角形的内角和是 180°，解答即可．（2）根据题（1）的结论和四边形的内角和是 360°解答即可．

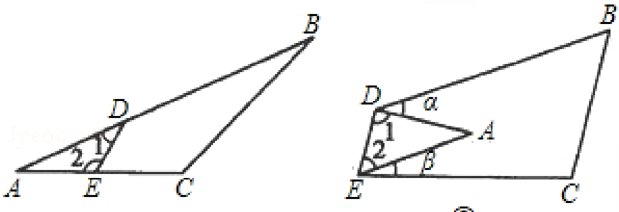
解：（1）∠1+∠2=∠B+∠C，

∵如图 1，在△AED 和△ACB 中，

∠1+∠2+∠A=∠A+∠B+∠C=180°（三角形内角和等于 180°），

∴∠1+∠2=∠B+∠C（等量代换）．

（2）规律：α+β=2∠A．



①　②

理由：∵在△ADE 中，∠1+∠2=180°﹣∠A（三角形内角和等于 180°），

在四边形 BCED 中，∠BDE+∠DEC+∠B+∠C=360°（四边形内角和等于 360°），

又∵根据题（1）得∠1+∠2=∠B+∠C（已证），

∴2（∠1+∠2）+α+β=360°（等量代换），

∴2（180°﹣∠A）+α+β=360°（等量代换），

∴α+β=2∠A．

主要考查了三角形的内角和四边形的内角和．（1）四边形的内角和是 360°．（2）三角形的内角和是 180°．注意：求角的度数常常要用到“三角形的内角和是 180°这一隐含的条件．

四．选做题：时间 30 分钟，满分 40 分．

一.选择题:(每题 5 分,计 10 分)

1．（A）.先由三角形外角的性质求出∠BDF 的度数，根据三角形内角和定理即可得出结论．

解：∵Rt△CDE 中，∠C=90°，∠E=30°，

∴∠BDF=∠C+∠E=90°+30°=120°，

∵△BDF 中，∠B=45°，∠BDF=120°，

∴∠BFD=180°﹣45°﹣120°=15°．

故选 A．

本题考查的是三角形外角的性质，熟知三角形的外角等于与之不相邻的两个内角的和是解答此题的关键．

2．（C）.所求角即为正五边形的内角，利用多边形的内角和定理求出即可．

解：∵正五边形的内角和为（5﹣2）×180°=540°，

∴∠1=540°÷5=108°，

故答案为：108,故选择 C．

此题考查了多边形的内角和外角，熟练掌握多边形的内角和定理是解本题的关键．

二.填空题:(每题 5 分,计 10 分)

3．（1）$\angle A_1=\frac{\theta}{2}$.（2）$\angle A_n=\frac{\theta}{2^n}$．（1）根据角平分线的定义可得$\angle A_1BC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle A_1CD=\frac{1}{2}\angle ACD$，再根据三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和可得$\angle ACD=\angle A+\angle ABC$，$\angle A_1CD=\angle A_1BC+\angle A_1$，整理即可得解；

（2）与（1）同理求出$\angle A_2$，可以发现后一个角等于前一个角的$\frac{1}{2}$，根据此规律即可得解.

解：（1）∵A_1B 是$\angle ABC$ 的平分线，A_1C 是$\angle ACD$ 的平分线，

∴$\angle A_1BC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle A_1CD=\frac{1}{2}\angle ACD$，

又∵$\angle ACD=\angle A+\angle ABC$，$\angle A_1CD=\angle A_1BC+\angle A_1$，

∴$\frac{1}{2}$（$\angle A+\angle ABC$）$=\frac{1}{2}\angle ABC+\angle A_1$，

∴$\angle A_1=\frac{1}{2}\angle A$，

∵$\angle A=\theta$，

∴$\angle A_1=\frac{\theta}{2}$；

（2）同理可得$\angle A_2=\frac{1}{2}\angle A_1=\frac{1}{2}\bullet\frac{1}{2}\theta=\frac{\theta}{2^2}$，

所以$\angle A_n=\frac{\theta}{2^n}$.

故答案为：（1）$\frac{\theta}{2}$，（2）$\frac{\theta}{2^n}$.

本题主要考查了三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和的性质，角平分线的定义，熟记性质然后推出后一个角是前一个角的一半是解题的关键.

4．$\angle BMD=85°$．先根据$\angle ADF=100°$求出$\angle MDB$ 的度数，再根据三角形内角和定理得出$\angle BMD$ 的度数即可.

解：∵$\angle ADF=100°$，$\angle EDF=30°$，

∴$\angle MDB=180°-\angle ADF-\angle EDF=180°-100°-30°=50°$，

∴$\angle BMD=180°-\angle B-\angle MDB=180°-45°-50°=85°$.

故答案为：85.

本题考查的是三角形内角和定理，即三角形内角和是 180°.

三.解答题:(本题 10 分)

5．$\angle A=44°$．先用$\angle A$ 表示出$\angle C$，再根据三角形的内角和等于 180°列式整理用$\angle A$ 表示出$\angle B$，再根据不等式求出$\angle A$ 的取值范围，最后根据$\angle A$ 是整数解答.

解：∵$4\angle C=7\angle A$，

∴$\angle C=\frac{7}{4}\angle A$，

∵$\angle A+\angle B+\angle C=\angle A+\angle B+\frac{7}{4}\angle A=180°$，

∴$\angle B=180°-\frac{11}{4}\angle A$，

∵$\angle A<\angle B<\angle C$，

∴$\begin{cases}\angle A<180°-\frac{11}{4}\angle A ① \\ 180°-\frac{11}{4}\angle A<\frac{7}{4}\angle A ②\end{cases}$，

由①得，$\angle A<48°$，
由②得，$\angle A>40°$，
∴$40°<\angle A<48°$，

∵$\angle A$，$\angle C$ 是整数，$\angle C=\frac{7}{4}\angle A$，

∴$\angle A$ 是 4 的整数倍，
∴$\angle A=44°$.
本题考查了三角形的内角和定理，一元一次不等式组的解法，求出$\angle A$ 的取值范围是解题的关键.

6．（1）．$\angle P=65°$．（2）．$\angle P=45°$.（3）．$\angle P=40°$.（4）．$\angle P=90°-\frac{1}{2}\angle A$．（1）若$\angle A=50°$，则有$\angle ABC+\angle ACB=130°$，$\angle DBC+\angle BCE=360°-130°=230°$，根据角平分线的定义可以求得$\angle PBC+\angle PCB$ 的度数，再利用三角形的内角和定理即可求得$\angle P$ 的度数.
（2）（3）和（1）的解题步骤相似.
（4）利用角平分线的性质和三角形的外角性质可求出$\angle BCP=\frac{1}{2}(\angle A+\angle ABC)$，$\angle CBP=\frac{1}{2}(\angle A+\angle ACB)$；再利用三角形内角和定理便可求出$\angle A$ 与$\angle P$ 的关系.

解：（1）∵$\angle A=50°$，
∴$\angle ABC+\angle ACB=180°-50°=130°$，$\angle DBC+\angle BCE=360°-130°=230°$，
又∵$\angle CBD$ 与$\angle BCE$ 的平分线相交于点 P，

∴$\angle PBC=\frac{1}{2}\angle DBC$，$\angle PCB=\frac{1}{2}\angle ECB$，

∴$\angle PBC+\angle PCB=\frac{1}{2}(\angle DBC+\angle ECB)=115°$，

∴$\angle P=65°$.
（2）同理得：45°；
（3）40°

（4）$\angle P=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$．理由如下：

∵BP 平分∠DBC，CP 平分∠BCE，

∴∠DBC=2∠CBP，∠BCE=2∠BCP

又∵∠DBC=∠A+∠ACB∠BCE=∠A+∠ABC，

∴2∠CBP=∠A+∠ACB，2∠BCP=∠A+∠ABC，

∴2∠CBP+2∠BCP=∠A+∠ACB+∠A+∠ABC=180°+∠A，

∴$\angle CBP+\angle BCP=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A$

又∵∠CBP+∠BCP+∠P=180°，

∴$\angle P=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$．

本题主要考查三角形的一个外角等于和它不相邻的两个内角的和的性质以及角平分线的定义，熟练掌握性质和定义是解题的关键．

7．（1）．∠1+∠2=140°．（2）．∠1+∠2=90°+α．（3）．∠1=90°+∠2+α．（4）．∠2=90°+∠1﹣α．（1）根据四边形内角和定理以及邻补角的定义得出∠1+∠2=∠C+∠α，进而得出即可；

（2）利用（1）中所求得出答案即可；

（3）利用三角外角的性质得出∠1=∠C+∠2+α=90°+∠2+α；

（4）利用三角形内角和定理以及邻补角的性质可得出．

解：（1）∵∠1+∠2+∠CDP+∠CEP=360°，∠C+∠α+∠CDP+∠CEP=360°，

∴∠1+∠2=∠C+∠α，

∵∠C=90°，∠α=50°，

∴∠1+∠2=140°；

故答案为：140°；

（2）由（1）得出：

∠α+∠C=∠1+∠2，

∴∠1+∠2=90°+α

故答案为：∠1+∠2=90°+α；

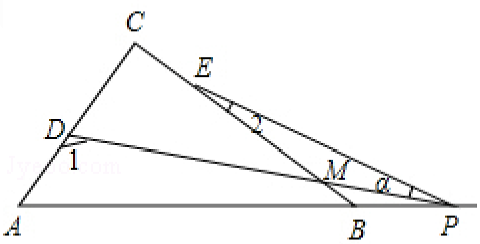


图3

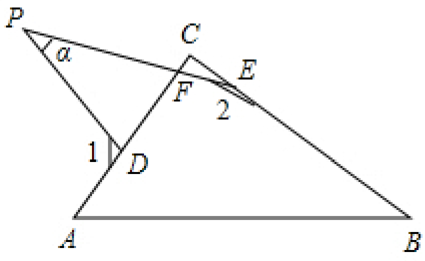


图 4

（3）∠1=90°+∠2+α，

理由：∵∠2+∠α=∠DME，∠DME+∠C=∠1，

∴∠1=∠C+∠2+α=90°+∠2+α．

（4）∵∠PFD=∠EFC，

∴180°﹣∠PFD=180°﹣∠EFC，

∴$\angle\alpha+180°-\angle1=\angle C+180°-\angle2$，

∴$\angle2=90°+\angle1-\alpha$．

故答案为：$\angle2=90°+\angle1-\alpha$．

本题考查了三角形内角和定理和外角的性质、对顶角相等的性质，熟练利用三角形外角的性质是解题的关键．