33 期“乘法公式”自测题（B 卷）

基础闯关：时间 45 分钟，满分 100 分．

江苏 陈德前

一、选择题：（每小题 3 分，共 18 分）

1．下列计算正确的是（　　）

A．$(2x-3)^2=4x^2+12x-9$　　B．$(4x+1)^2=16x^2+8x+1$

C．$(a+b)(a-b)=a^2+b^2$　　D．$(2m+3)(2m-3)=4m^2-3$

2．若用简便方法计算1999^2，应当用下列哪个式子？（　　）

A．$(2000-1)^2$　　B．$(2000-1)(2000+1)$

C．$(1999-1)(1999+1)$　　D．$(1999+1)^2$

3．$(-5x^2+4y^2)(5x^2-4y^2)$运算的结果是（　　）

A．$-25x^4-16y^4$　　B．$-25x^4+40x^2y^2-16y^4$

C．$25x^4-16y^4$　　D．$25x^4-40x^2y^2+16y^4$

4．若$(x+y)^2=9$，$(x-y)^2=1$，则xy的值为（　　）

A．2　　B．3　　C．4　　D．5

5．已知$(x+m)^2=x^2+nx+36$，则 n 的值为（　　）

A．±6　　B．±12　　C．±18　　D．±72

6．如图 1 所示，用 1 个边长为 c 的小正方形和直角边长分别为 a，b 的 4 个直角三角形，恰好能拼成一个新的大正方形，其中 a，b，c 满足等式$c^2=a^2+b^2$，由此可验证的乘法公式是（　　）

A．$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$　　B．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

C．$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$　　D．$(a+b)^2=a^2+b^2$

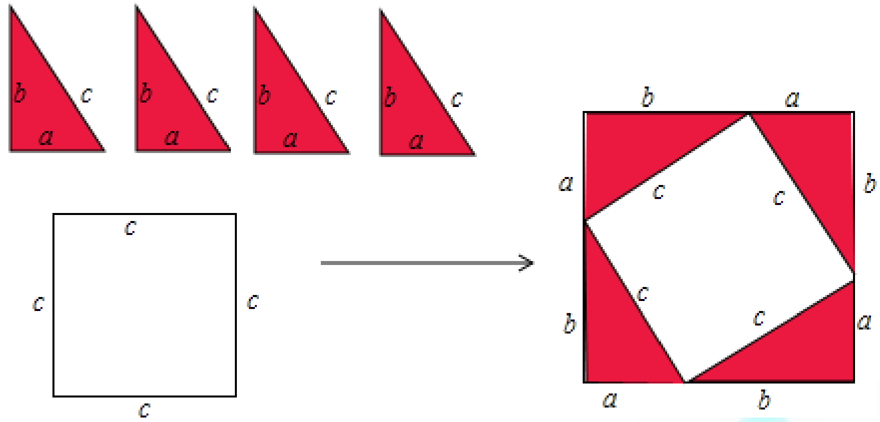

图 1

二、填空题：（每小题 4 分，共 32 分）

7．计算：$(\frac{3}{4}a-\frac{2}{3}b)^2=$______，$(-2ab+3)^2=$______.

8．若 $a+b=3$，$a-b=7$，则 $ab=$______.

9．已知 $a+b=7$，$ab=-8$，则 $a^2+b^2=$______.

10．小明在利用完全平方公式计算一个二项整式的平方时，不小心用墨水把中间一项的系数染黑了，得到正确的结果为 $4a^2*ab+9b^2$，则中间一项的系数是___.

11．已知某正方形的面积是 $x^2+16x+64$（$x>0$），则该正方形的边长可表示为______.

12．若 x^2+8x+k 是一个多项式的完全平方，则 k 的值为______.

13．若 $2m+n=25$，$m-2n=2$，则 $(m+3n)^2-(3m-n)^2=$______.

14．已知 $a+b=8$，$a^2b^2=4$，则 $\frac{a^2+b^2}{2}-ab=$______.

三、解答题（共 50 分）

15．（6 分）已知 $x+y=6$，$xy=4$，求下列各式的值：

（1）$(x+2)(y+2)$（2）$(x-y)^2$

16. （5 分）利用乘法公式进行计算：$(2x+y-3)(2x-y+3)$

17. （8 分）已知 $x+y=6$，$xy=3$，求下列各式的值：

（1）x^4+y^4 （2）$(x^2-1)(y^2-1)$

18. （6 分）化简求值：$(2x+y)^2-(2x-y)(x+y)-2(x-2y)(x+2y)$，其中 $x=\frac{1}{2}$，$y=-2$.

19. （9 分）用公式简便计算：

①$998^2$ ②$304^2-296^2$ ③$456^2-455\times457$

20．（6 分）当 n 为自然数时，$(n+7)^2-(n-5)^2$ 能被 24 整除吗？说明理由．

21．（10 分）已知下列等式：①$2^2-1^2=3$；②$3^2-2^2=5$③$4^2-3^2=7$，…

（1）请仔细观察前三个式子的规律，写出第④个式子：______；

（2）请你找出规律，写出第 n 个式子，并说明式子成立的理由：______．

（3）利用（2）中发现的规律计算：$1+3+5+\cdots+2015+2017$．

能力挑战：满分 30 分

1．（5 分）若代数式 x^2-6x+b 可化为 $(x-a)^2-1$，则 $b-a$ 的值是（　　）

A．5　　B．－5　　C．11　　D．－11

2．（5 分）若 $9x^2+2(k-3)x+16$ 是完全平方式，则 k 的值为（　　）

A．15　　B．15 或－15　　C．39 或－33　　D．15 或－9

3．（5 分）若二项式 $4x^2+1$ 加上一个含 x 的单项式后是一个关于 x 的完全平方式，则符合要求的单项式是.

4．（5 分）已知 $xy=-3$，$x+y=-4$，则 x^2-xy+y^2 的值为______.

5．（10 分）我国宋朝数学家杨辉在他的著作《详解九章算法》中提出右下表，此表揭示了 $(a+b)^n$（n 为非负整数）展开式的各项系数的规律，例如：$(a+b)^0=1$，它只有一项，系数为 1；$(a+b)^1=a+b$，它有两项，系数分别为 1；$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，它有三项，系数分别为 1，2，1；$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$，它有四项，系数分别为 1，3，3，1；$(a+b)^4=a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$，它有五项，系数分别为 1，4，6，4，1；根据以上规律，$(a+b)^5$ 展开的结果为______.

1
1　1
1　2　1
1　3　3　1
1　4　6　4　1

参考答案

基础闯关

一、选择题：（共 6 题）；

1．（B）．

评析：本题主要考查的是完全平方公式和平方差公式的应用，依据平方差公式和完全平方公式进行计算即可做出判断．A 选项中，$(2x-3)^2=4x^2-12x+9$，错误；B 选项正确；C、$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，错误；D 选项中，$(2m+3)(2m-3)=4m^2-9$，错误．故选 B．

2．（A）．

评析：本题考查了完全平方公式与平方差公式的应用．A 选项中，$(2000-1)^2=1999^2$，正确；B 选项中，$(2000-1)(2000+1)=2000^2-1$，错误；C 选项中，$(1999-1)(1999+1)=1999^2-1$，错误；D 选项中，$(1999+1)^2=2000^2$，$1999^2=(2000-1)^2$，错误．故选 A．

3．（B）．

评析：本题考查了完全平方公式．$(-5x^2+4y^2)(5x^2-4y^2)=-(5x^2-4y^2)^2=-25x^4+40x^2y^2-16y^4$，故选 B．

4．（A）．

评析：本题考查了完全平方公式，已知两个等式利用完全平方公式化简，整体相减即可得到 xy 的值．由 $(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=9$，$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=1$，两式相减得：$4xy=8$，则 $xy=2$，故选 A．

5．（B）．

评析：本题考查了完全平方公式的运用，先将等式的左边根据完全平方公式展开，再根据等式的恒等原理就可求出结论．由 $(x+m)^2=x^2+2mx+m^2=x^2+nx+36$，∴ ，解得：， ，故选 B．

6．（A）．

评析：本题考查了完全平方公式的几何背景，关键是明确 4 个直角三角形的面积+小正方形的面积=新的大正方形的面积．4 个直角三角形的面积为 $4\times\frac{1}{2}ab=2ab$，小正方形的面积为 c^2，由 $c^2=a^2+b^2$，得小正方形的面积为 a^2+b^2，新的大正方形面积为 $(a+b)^2$，所以 $a^2+2ab+b^2=(a+b)^2$，故选 A.

二、填空题：（共 8 题）；

7．$\frac{9}{16}a^2-ab+\frac{4}{9}b^2$；$4a^2b^2-12ab+9$

评析：本题考查了完全平方公式的应用．

（1）$(\frac{3}{4}a-\frac{2}{3}b)^2=(\frac{3}{4}a)^2-2\times\frac{3}{4}a\times\frac{2}{3}b+(\frac{2}{3}b)^2=\frac{9}{16}a^2-ab+\frac{4}{9}b^2$．

（2）$(-2ab+3)^2=(-2ab)^2-2\times2ab\times3+3^2=4a^2b^2-12ab+9$．

8．-10.

评析：本题考查了完全平方公式，已知两等式两边平方，利用完全平方公式展开，相减即可求出 ab 的值．已知两式分别平方得：$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=9$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=49$，相减化简得：$ab=-10$．

9．65.

评析：本题考查了完全平方公式．$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=7^2-2\times(-8)=49+16=65$．

10． ±12.

评析：本题考查了完全平方公式．$(2a\pm3b)^2=4a^2\pm12ab+9b^2=4a^2*ab+9b^2$，所以染黑的部分为±12.

11． $x+8$.

评析：本题主要考查了完全平方公式，直接利用完全平方公式配方求出．$(x+8)^2=x^2+16x+64^2$，故该正方形的边长可表示为 $x+8$．

12． 16.

评析：本题主要考查了完全平方公式，根据完全平方公式中乘积二倍与已知平方

项，确定出另一个数是4，再平方即可得到k值．$x^2+8x+k=(x+4)^2$，所以$k=4^2=16$．

13．-200．

评析：本题考查平方差公式的逆运用以及整体思想．首先把$(m+3n)^2-(3m-n)^2$逆用平方差公式变形，再整体代入$2m+n=25$，$m-2n=2$即可求得数值．由$2m+n=25$，$m-2n=2$，得$(m+3n)^2-(3m-n)^2=\left[(m+3n)+(3m-n)\right]\left[(m+3n)-(3m-n)\right]=(4m+2n)(-2m+4n)$

$=-4(2m+n)(m-2n)=-4\times25\times2=-200$．

14．36或28．

评析：本题考查了完全平方公式的变形和平方根的意义，根据条件，求出$ab=\pm2$，$a+b=8$，化简$\dfrac{a^2+b^2}{2}-ab=\dfrac{a^2+2ab+b^2}{2}-2ab=\dfrac{(a+b)^2}{2}-2ab=32\pm4$，所以结果为36或28．

三、解答题：

15．（1）20．（2）20．评析：本题考查了完全平方公式和代数式的变形能力以及整体思想的运用．

解：（1）$(x+2)(y+2)=xy+2(x+y)+4=4+12+4=20$；（2）$(x-y)^2=(x+y)^2-4xy=46-16=20$

16．$4x^2-y^2+6y-9$．评析：本题考查了平方差公式与完全平方公式，先利用平方差公式变形，再利用完全平方公式展开即可．解：$(2x+y-3)(2x-y+3)=\left[2x+(y-3)\right]\left[2x-(y-3)\right]=(2x)^2-(y-3)^2=4x^2-y^2+6y-9$

17．（1）882．（2）-20．评析：本题考查了完全平方公式和代数式的变形能力以及整体思想的运用．

解：（1）$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=36-6=30$，$x^4+y^4=(x^2+y^2)^2-2x^2y^2=900-18=882$；

（2）$(x^2-1)(y^2-1)=x^2y^2-(x^2+y^2)+1=9-30+1=-20$

18．37. 评析：本题考查了整式的混合运算-化简求值，以及完全平方公式，平方差公式．

解:原式=$4x^2+4xy+y^2-(2x^2+xy-y^2)-2(x^2-4y^2)=3xy+10y^2$，当$x=\frac{1}{2}$，$y=-2$时，原式=37．

19．（1）996004.（2）4800.（3）1. 评析：本题考查了平方差公式，以及完全平方公式，原式各项变形后，利用平方差公式及完全平方公式计算即可得到结果．解：①$998^2=(1000-2)^2=1000000-4000+4=996004$；②$304^2-296^2=(304+296)(304-296)=600\times8=4800$；③$456^2-455\times457=456^2-(456-1)\times(456+1)$

$=456^2-(456^2-1)=1$．

20．能．评析：本题考查了平方差公式的逆运用．解：$(n+7)^2-(n-5)^2=\left[(n+7)+(n-5)\right]\left[(n+7)-(n-5)\right]=24n$，当$n$为自然数时，$24n$就是24的倍数．

21．（1）$5^2-4^2=9$.（2）$(n+1)^2-n^2=2n+1$.（3）1009^2. 评析：本题考查数字的变化规律，找出数字之间的联系，得出运算规律，利用规律解决问题．（1）由等式左边两数的底数可知，两底数是相邻的两个自然数，右边为两底数的和，由此得出规律；（2）等式左边减数的底数与序号相同，由此得出第n个式子；（3）由$2^2-1^2=3$；②$3^2-2^2=5$③$4^2-3^2=7$，…，将算式逐一变形，再寻找抵消规律．

解：（1）由题意，得第④个算式为$5^2-4^2=9$；（2）根据几个等式的规律可知，第n个式子为$(n+1)^2-n^2=2n+1$；（3）由（2）的规律可知，$1+3+5+\cdots+2015+2017=1+(2^2-1^2)+(3^2-2^2)+(4^2-3^2)+\ldots+(1009^2-1008^2)$

$=1009^2$.

能力挑战：满分 30 分

1．（A）．评析：本题考查了完全平方公式的应用．由 $x^2-6x+b=x^2-6x+9+(b-9)=(x-3)^2+(b-9)=(x-a)^2-1$，所以 a=3，$b-9=-1$，即 a=3，b=8，故 $b-a$=5．故选 A．

2．（D）．评析：本题考查了完全平方式的结构特征．因为 $9x^2+2(k-3)x+16=(3x\pm4)^2$ 是完全平方式，所以 $2(k-3)$ =±24，解得 $k=15$ 或 k= $k=-9$，故选 D．

3． $4x$ 或 $-4x$ 或 $4x^4$．评析：本题考查了对完全平方公式的应用，分 $4m^2$ 是平方项与乘积二倍项两种情况，根据完全平方公式解答即可．解：①$4x^2$ 是平方项时，$4x^2\pm4x+1=(2x\pm1)^2$，所以可添加的项是 $4x$ 或 $-4x$；② $4x^2$ 是乘积二倍项时，$4x^4+4x^2+1=(2x^2+1)^2$，∴可添加的项是 $4x^4$，综上所述，可添加的项是 $4x$ 或 $-4x$ 或 $4x^4$．

4． 25．评析：本题考查了对完全平方公式的应用，利用完全平方公式得到 $x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy$，然后把 $xy=-3$，$x+y=-4$ 代入计算即可．解：$x^2-xy+y^2=(x+y)^2-3xy=(-4)^2-3\times(-3)$ =25．

5． $a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$．评析：本题考查了乘法公式，正确观察已知的式子与对应的三角形之间的关系是关键．经过观察发现，这些数字组成的三角形是等腰三角形，两腰上的数都是 1，从第 3 行开始，中间的每一个数都等于它肩上两个数字之和，展开式的项数比它的指数多 1．解：$(a+b)^5=a^5+5a^4b+10a^3b^2+10a^2b^3+5ab^4+b^5$．