



## “多项式的因式分解”自测题 B 卷

江苏省兴化楚水实验学校 高俊元

姓名: \_\_\_\_\_ 学号: \_\_\_\_\_ 分数: \_\_\_\_\_

### 基础闯关 (时间 45 分钟, 满分 100 分)

#### 一、选择题 (每小题 3 分, 共 18 分)

- 多项式  $2x^2-4xy+2x$  提取公因式  $2x$  后, 另一个因式为 ( )  
A.  $x-2y$                       B.  $x-2y+1$                       C.  $x-4y+1$                       D.  $x-2y-1$
- (2016·宁德) 下列分解因式正确的是 ( )  
A.  $-ma-m=-m(a-1)$                       B.  $a^2-1=(a-1)^2$   
C.  $a^2-6a+9=(a-3)^2$                       D.  $a^2+3a+9=(a+3)^2$
- 下列各式从左到右的变形中, 为因式分解的是 ( )  
A.  $x(a-b)=ax-bx$                       B.  $x^2-1+y^2=(x-1)(x+1)+y^2$   
C.  $y^2-1=(y+1)(y-1)$                       D.  $ax+by+c=x(a+b)+c$
- (2016·梅州) 分解因式  $a^2b-b^3$  结果正确的是 ( )  
A.  $b(a+b)(a-b)$                       B.  $b(a-b)^2$                       C.  $b(a^2-b^2)$                       D.  $b(a+b)^2$
- 若  $4x^2-2(k-1)x+9$  是完全平方, 则  $k$  的值为 ( )  
A.  $\pm 5$                       B.  $5$  或  $-7$                       C.  $-5$  或  $7$                       D.  $\pm 7$
- 已知  $a-b=1$ ,  $a^2+b^2=25$ , 则  $a+b$  的值为 ( )  
A.  $7$                       B.  $-7$                       C.  $\pm 9$                       D.  $\pm 7$

#### 二、填空题 (每小题 3 分, 共 24 分)

- 分解因式:  $x^2-9=$ \_\_\_\_\_.
- 多项式  $2a^2b^3+6ab^2$  的公因式是\_\_\_\_\_.
- 请你写一个能先提公因式, 再运用完全平方公式来分解因式的三次三项式, 并写出分解因式的结果\_\_\_\_\_.
- 若一个长方形的长、宽分别为  $a$ 、 $b$ , 周长为  $12$ , 面积为  $8$ , 则  $a^2b+ab^2=$ \_\_\_\_\_.
- 已知  $a^2-a-1=0$ , 则  $a^3-a^2-a+2018=$ \_\_\_\_\_.
- 观察图形, 根据图 1 面积的关系, 不需要连其他的线, 便可以得到一个多项式的因式分解\_\_\_\_\_.

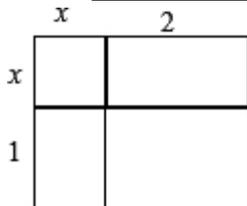


图 1

- 若一个正方形的面积为  $4a^2+12ab+9b^2$  ( $a>0$ ,  $b>0$ ), 则这个正方形的边长为\_\_\_\_\_.
- 若  $\triangle ABC$  的三边长为  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , 且  $c(a-b)+b(b-a)=0$ , 则  $\triangle ABC$  为\_\_\_\_\_三角形.



二、解答题 (58分)

15. (每小题3分, 共12分) 把下列多项式因式分解:

(1)  $ax^2-16ay^2$ ;

(2)  $a^3+ab^2-2a^2b$ ;

(3)  $x^2y(m-n)-xy^2(n-m)$ ;

(4)  $a^2+2ab+b^2-9$ .

16. (8分) 如图2, 将一块长为  $a$  (cm) 的正方形纸片的四角个剪去一个边长为  $b$  cm ( $b < \frac{a}{2}$ ) 的小正方形. 用含  $a, b$  的代数式表示剩余部分的面积, 并用分解因式法求当  $a=9.7$  cm,  $b=0.15$  cm 时, 剩余部分的面积.

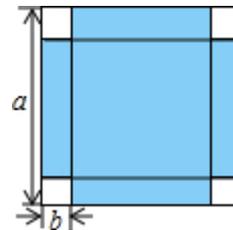


图2



17. (6分) 如图3, 边长为  $a, b$  的矩形, 它的周长为 14, 面积为 10, 求下列各式的值:  
(1)  $a^2b+ab^2$ ; (2)  $a^2+b^2+ab$ .

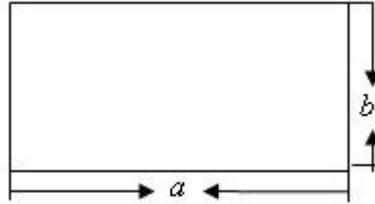


图 3

18. (6分) (1) 因式分解:  $(x-y)(3x-y)+2x(3x-y)$ ;  
(2) 设  $y=kx$ , 是否存在实数  $k$ , 使得上式的化简结果为  $x^2$ ? 求出所有满足条件的  $k$  的值. 若不能, 请说明理由.

19. (6分) 已知  $a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三条边的长. 试判断代数式  $(a^2-2ac+c^2)-b^2$  的值的符号, 并说明理由.



20. (6分) 已知  $4m+n=40$ ,  $2m-3n=5$ . 求  $(m+2n)^2 - (3m-n)^2$  的值.

21. (6分) 阅读材料: 若  $m^2-2mn+2n^2-8n+16=0$ , 求  $m$ 、 $n$  的值. 根据你的观察, 探究下面的问题: (1) 已知  $x^2+2xy+2y^2+2y+1=0$ , 求  $2x+y$  的值;

(2) 已知  $a-b=4$ ,  $ab+c^2-6c+13=0$ , 求  $a+b+c$  的值.

22. (8分) 通过对《因式分解》的学习, 我们知道可以用拼图来解释一些多项式的因式分解. 如图4中1、2、3号卡片各若干张, 如果选取1号、2号、3号卡片分别为1张、2张、3张, 你能通过拼图5形象说明  $a^2+3ab+2b^2=(a+b)(a+2b)$  的分解结果吗? 请在画出图形.

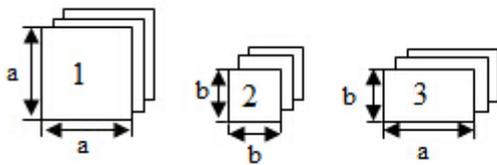


图4

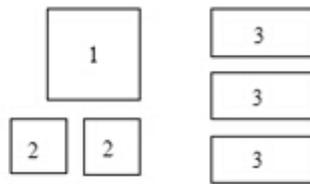


图5



能力挑战（时间 30 分钟，满分 30 分）

一、选择题（每小题 5 分，共 10 分）

1.  $2x^3-x^2-5x+k$  中，有一个因式为  $(x-2)$ ，则  $k$  值为（ ）  
A. 2                                      B. 6                                      C. -6                                      D. -2
2. 现有一列式子：① $55^2-45^2$ ；② $555^2-445^2$ ；③ $5555^2-4445^2$ ...则第⑧个式子的计算结果用科学记数法可表示为（ ）  
A.  $1.1111111 \times 10^{16}$                                       B.  $1.1111111 \times 10^{27}$   
C.  $1.1111111 \times 10^{56}$                                       D.  $1.1111111 \times 10^{17}$

二、填空题（每小题 5 分，共 10 分）

3. 已知  $a+b=-3$ ， $a^2b+ab^2=-30$ ，则  $a^2-ab+b^2+11=$ \_\_\_\_\_.
4. 数  $3^{48}-1$  能被 30 以内的两位数（偶数）整除，这个数是\_\_\_\_\_.

三、解答题（10 分）

5. 我们知道：“多项式  $a^2+2ab+b^2$  及  $a^2-2ab+b^2$  叫做完全平方”，如果一个多项式不是完全平方，我们常做如下变形：先添加一个适当的项，使式子中出现完全平方，再减去这个项，使整个式子的值不变，这种方法叫做配方法。配方法是一种重要的解决问题的数学方法，不仅可以将一个看似不能分解的多项式分解因式，还能解决一些与非负数有关的问题或求代数式最大值，最小值等。

例如：分解因式  $x^2+2x-3=(x^2+2x+1)-4=(x+1)^2-4=(x+1+2)(x+1-2)=(x+3)(x-1)$ ；

例如求代数式  $2x^2+4x-6$  的最小值.  $2x^2+4x-6=2(x^2+2x-3)=2(x+1)^2-8$ . 可知当  $x=-1$  时， $2x^2+4x-6$  有最小值，最小值是 -8，根据阅读材料用配方法解决下列问题：

- (1) 分解因式： $m^2-4m-5=$ \_\_\_\_\_.
- (2) 当  $a, b$  为何值时，多项式  $a^2+b^2-4a+6b+18$  有最小值，并求出这个最小值.
- (3) 当  $a, b$  为何值时，多项式  $a^2-2ab+2b^2-2a-4b+27$  有最小值，并求出这个最小值.



参考答案  
基础闯关

一、选择题

1. (B). 评析: 本题考查了提公因式法因式分解,  $2x^2-4xy+2x=2x(x-2y+1)$ , 故选 B.
2. (C). 评析: 本题考查了提公因式法与公式法的综合运用. A、原式 $=-m(a+1)$ , 故 A 错误; B、原式 $=(a+1)(a-1)$ , 故 B 错误; C、原式 $=(a-3)^2$ , 故 C 正确; D、该多项式不能因式分解, 故 D 错误, 故选 C.
3. (C). 评析: 本题考查了因式分解的意义, A、是整式的乘法, 故 A 错误; B、没把一个多项式转化成几个整式积, 故 B 错误; C、把一个多项式转化成几个整式积, 故 C 正确; D、没把一个多项式转化成几个整式积, 故 D 错误. 故选 C.
4. (C). 评析: 本题考查了提公因式法与公式法的综合运用.  $a^2b-b^3=b(a^2-b^2)=b(a+b)(a-b)$ . 故选 A.
5. (C). 评析: 此题考查了完全平方式,  $\because 4x^2-2(k-1)x+9$  是完全平方式,  $\therefore k-1=\pm 6$ , 解得:  $k=7$  或  $-5$ , 故选 C.
6. (D). 评析: 本题将完全平方公式和整体思想相结合,  $\because a-b=1$ ,  $\therefore (a-b)^2=1^2$ ,  $\therefore a^2+b^2-2ab=1$ , 于是  $25-2ab=1$ , 故  $ab=12$ , 则  $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=25+2\times 12=49$ . 于是  $a+b=\pm 7$ . 故选 D.

二、填空题

7.  $(x+3)(x-3)$ . 评析: 本题考查了平方差公式分解因式,  $x^2-9=(x+3)(x-3)$ .
8.  $2ab^2$ . 评析: 本题考查了找公因式, 根据确定多项式中各项的公因式, 可概括为三“定”: ①定系数, 即确定各项系数的最大公约数; ②定字母, 即确定各项的相同字母因式(或相同多项式因式); ③定指数, 即各项相同字母因式(或相同多项式因式)的指数的最低次幂找出公因式即可. 多项式  $2a^2b^3+6ab^2$  的公因式是  $2ab^2$ .
9. 答案不唯一, 如  $a^3+2a^2b+ab^2$  或  $a^2b+2ab^2+b^3$  等. 评析: 本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解, 这是一道自由发挥问题, 根据提取公因式, 公式法分解因式的方法, 写一个完全平方公式与单项式乘积的多项式即可.  $a^3+2a^2b+ab^2=a(a^2+2ab+b^2)=a(a+b)^2$  或  $a^2b+2ab^2+b^3=ab(a^2+2ab+b^2)=b(a+b)^2$ .
10. 48. 评析: 本题考查了因式分解的应用.  $\because$  一个长方形的长、宽分别为  $a$ 、 $b$ , 周长为 12, 面积为 8,  $\therefore 2(a+b)=12$ ,  $ab=8$ ,  $\therefore a+b=6$ ,  $ab=8$ ,  $\therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)=8\times 6=48$ .
11. 2018. 评析: 本题考查了因式分解的应用, 代数式求值. 在代数式  $a^3-a^2-a+2018$  中提取出  $a$ , 再将  $a^2-a-1=0$  代入其中即可得出结论.  $\because a^2-a-1=0$ ,  $\therefore a^3-a^2-a+2018=a(a^2-a-1)+2016=0+2018=2018$ .

12.  $x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$ . 评析: 本题考查了因式分解的应用. 长方形的面积为:  $x^2+3x+2$ , 还可以表示面积为:  $(x+2)(x+1)$ ,  $\therefore$  我们得到了可以进行因式分解的公式:  $x^2+3x+2=(x+2)(x+1)$ .

13.  $2a+3b$ . 评析: 本题考查了因式分解的应用.  $4a^2+12ab+9b^2=(2a)^2+2\times 2a\times 3b+(3b)^2=(2a+3b)^2$ .  $\because a>0, b>0$ ,  $\therefore$  这个正方形的边长为  $2a+3b$ .

14. 等腰. 评析: 本题考查了因式分解的应用.  $\because c(a-b)+b(b-a)=0=(a-b)(c-b)=0$ ,  $\therefore a-b=0$  或  $c-b=0$ ,  $\therefore a=b$  或  $c=b$ .  $\because a, b, c$  为  $\triangle ABC$  的三边,  $\therefore \triangle ABC$  为等腰三角形.

三、解答题

15. (1)  $a(x+4y)(x-4y)$ . (2)  $a(a-b)^2$ . (3)  $xy(m-n)(x+y)$ . (4)  $(a+b+3)(a+b-3)$ .

【点评】 本题考查了因式分解.



16.  $(a^2-4b^2) \text{ cm}^2$ ,  $94 \text{ cm}^2$ . 解: 剩余部分的面积是  $(a^2-4b^2) \text{ cm}^2$ . 当  $a=10 \text{ cm}$ ,  $b=1.5 \text{ cm}$  时, 剩余部分的面积  $=a^2-4b^2=(a+2b)(a-2b)=(9.7+2 \times 0.15) \times (9.7-2 \times 0.15)=10 \times 9.4=94 (\text{cm}^2)$ .

【点评】本题考查了对因式分解的应用.

17. 70, 39. 解: (1)  $\because a+b=7, ab=10, \therefore a^2b+ab^2=ab(a+b)=70$ . (2)  $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=7^2-2 \times 10=29, \therefore a^2+b^2+ab=29+10=39$ .

【点评】本题考查了对因式分解的应用.

18. (1)  $(3x-y)^2$ . (2)  $k=4$  或  $2$ . 解: (1) 原式  $= (3x-y)(x-y+2x) = (3x-y)(3x-y) = (3x-y)^2$ ; (2) 将  $y=kx$  代入上式得:  $(3x-kx)^2 = [(3-k)x]^2 = (3-k)^2 x^2$ ; 令  $(3-k)^2 = 1, 3-k = \pm 1$ , 解得:  $k=4$  或  $2$ .

【点评】本题考查了对因式分解的应用.

19. 符号为负. 解:  $(a^2-2ac+c^2)-b^2 = (a-c)^2-b^2 = (a-c-b)(a-c+b) = [a-(c+b)][(a+b)-c]$ , 由三角形三边关系,  $[a-(c+b)] < 0, [(a+b)-c] > 0, \therefore [a-(c+b)][(a+b)-c] < 0$ . 即代数式  $(a^2-2ac+c^2)-b^2$  的值的符号为负.

【点评】本题考查了完全平方公式, 平方差公式的应用.

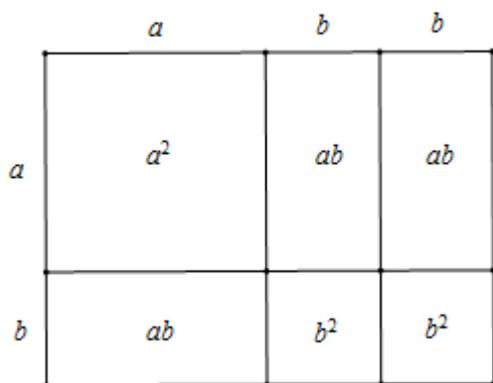
20.  $-200$ . 解:  $(m+2n)^2 - (3m-n)^2 = (m+2n+3m-n)(m+2n-3m+n) = (4m+n)(3n-2m) = -(4m+n)(2m-3n)$ , 当  $4m+n=40, 2m-3n=5$  时, 原式  $= -40 \times 5 = -200$ .

【点评】本题考查了平方差公式的应用.

21.  $n=4, m=4$ . (1) 1. (2) 3. 解:  $\because m^2-2mn+2n^2-8n+16=0, \therefore (m^2-2mn+n^2) + (n^2-8n+16) = 0, \therefore (m-n)^2 + (n-4)^2 = 0, \therefore (m-n)^2 = 0, (n-4)^2 = 0, \therefore n=4, m=4$ . (1)  $\because x^2+2xy+2y^2+2y+1=0, \therefore (x^2+2xy+y^2) + (y^2+2y+1) = 0, \therefore (x+y)^2 + (y+1)^2 = 0, \therefore x+y=0, y+1=0$ , 解得,  $x=1, y=-1, \therefore 2x+y=2 \times 1 + (-1) = 1$ ; (2)  $\because a-b=4, \therefore a=b+4, \therefore$  将  $a=b+4$  代入  $ab+c^2-6c+13=0$ , 得  $b^2+4b+c^2-6c+13=0, \therefore (b^2+4b+4) + (c^2-6c+9) = 0, \therefore (b+2)^2 + (c-3)^2 = 0, \therefore b+2=0, c-3=0$ , 解得,  $b=-2, c=3, \therefore a=b+4=-2+4=2, \therefore a+b+c=2-2+3=3$ .

【点评】本题考查因式分解的应用.

22. 解: 如图所示:



$\because$  大长方形的面积  $=a^2+3ab+2b^2$ , 大长方形的面积  $= (a+b)(a+2b), \therefore a^2+3ab+2b^2 = (a+b)(a+2b)$ .

【点评】本题考查数形结合思想.



能力挑战

一. 选择题

1. (D). 评析: 本题考查了因式分解-提公因式法, 令  $2x^3-x^2-5x+k=(x-2)A$ , 当  $x=2$  时,  $16-4-10+k=0$ , 解得  $k=-2$ . 故选 D.
2. (D). 评析: 本题考查了运用公式法因式分解, 科学记数法—表示较大的数. 利用平方差公式计算, 根据题意得出一般性规律, 写出第 8 个等式,  $55555555^2-44444444^2=(55555555+44444444) \times (55555555-44444444)=1.1111111 \times 10^{17}$ . 故选 D.

二. 填空题

3. -10. 评析: 本题考查了因式分解的应用. 由  $a^2b+ab^2=-30$  可得,  $ab(a+b)=-30$ ,  $\because a+b=-3$   
 $\therefore ab=10$ ,  $\therefore a^2-ab+b^2+11=(a+b)^2-3ab+11=9-3 \times 10+11=-10$ .
4. 28 或 26. 评析: 本题考查了因式分解的应用. 原式利用平方差公式分解, 计算即可得到结果.  $3^{48}-1=(3^{24}+1)(3^{24}-1)=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^{12}-1)=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^6+1)(3^6-1)=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^6+1)(3^3+1)(3^3-1)=(3^{24}+1)(3^{12}+1)(3^6+1) \times 28 \times 26$ , 则这个数是 28 或 26.

三. 解答题

5. (1)  $(m+1)(m-5)$ . (2) 当  $a=2, b=-3$  时, 最小值为 5. (3) 当  $a=4, b=3$  时, 最小值为 17. 解: (1)  $m^2-4m-5=m^2-4m+4-9=(m-2)^2-9=(m-2+3)(m-2-3)=(m+1)(m-5)$ ;  
 (2)  $\because a^2+b^2-4a+6b+18=(a-2)^2+(b+3)^2+5$ ,  $\therefore$  当  $a=2, b=-3$  时, 多项式  $a^2+b^2-4a+6b+18$  有最小值 5;  
 (3)  $\because a^2-2ab+2b^2-2a-4b+27=a^2-2a(b+1)+(b+1)^2+(b-3)^2+17=(a-b-1)^2+(b-3)^2+17$ ,  $\therefore$  当  $a=4, b=3$  时, 多项式  $a^2-2ab+2b^2-2a-4b+27$  有最小值 17.

【点评】 本题考查了因式分解的应用, 非负数的性质.