

请指出是真命题还是假命题：

- (1) 一个数的偶次方； (2) 锐角与钝角互为补角；
 (3) 若 $a > b$, 则 $a^2 > b^2$; (4) 过一点有且只有一条直线与已知直线垂直.

16. (本题 6 分) 把下列命题改写成“如果……那么……”的形式, 并指出条件和结论:

- (1) 直角都相等; (2) 两点之间线段最短.

17. (本题 6 分) 试说明下列命题是假命题, 并通过适当的修改使其成为真命题:

- (1) 过一点作已知直线的平行线有一条且只有一条;
 (2) 无限小数是无理数;
 (3) 若一点到一条线段的两个端点的距离相等, 则这个点是这条线段的中点.

18. (本题 6 分) 在一次测试中, 老师出了如下题目:

比较 n^{n+1} 与 $(n+1)^n$ 的大小.

小明同学经过计算发现: 当 $n=1, 2$ 时, 有 $n^{n+1} < (n+1)^n$, 于是认为命题“如果 n 为任意自然数, 则 $n^{n+1} < (n+1)^n$ ”为真命题. 你认为小明的判断正确吗? 说说你的理由; 如果小明的发现是假命题, 请写出真命题.

19. (本题 8 分) 写出交换命题“垂直于同一条直线的两条直线互相平行”的条件和结论后得到的新命题, 判定这个新命题是否是真命题, 说明你结论的正确性.

20. (本题 8 分) (2016 黑龙江省大庆市中考题改编) 如图 1, 从① $\angle 1 = \angle 2$; ② $\angle C = \angle D$; ③ $\angle A = \angle F$ 这三个条件中选出两个作为已知条件, 另一个作为结论.

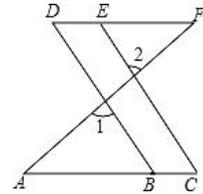


图 1

- (1) 写出得到的所有命题;
 (2) 判断 (1) 中的命题是真命题还是假命题, 并说明你结论的正确性.

21. (本题 8 分) 扑克牌游戏

小明背对小亮, 让小亮按下列四个步骤操作:

- 第一步 分发左、中、右三堆牌, 每堆牌不少于两张, 且各堆牌现有的张数相同;
 第二步 从左边一堆拿出两张, 放入中间一堆;
 第三步 从右边一堆拿出一张, 放入中间一堆;
 第四步 左边一堆有几张牌, 就从中一堆拿几张牌放入左边一堆.

这时, 小明准确说出了中间一堆牌现有的张数. 你认为中间一堆牌现有的张数是多少? 说明你的理由.

选做题 (时间 30 分钟, 满分 40 分)

1. (8 分) (1) 填写下表:

a	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$(a+1)(a-2)$									

(2) 观察上表, 小明发现“当 $a > 2$ 或 $a < -1$ 时, 代数式 $(a+1)(a-2)$ 的值是正数”. 你认为小明得到这个命题是真命题还是假命题? 为什么?

2. (10 分) (2014 年福建厦门中考题) A, B, C, D 四支足球队分在同一小组进行单循环足球比赛, 争夺出线权. 比赛规则规定: 胜一场得 3 分, 平一场得 1 分, 负一场得 0 分, 小组中积分最高的两个队 (有且只有两个队) 出线. 小组赛结束后, 如果 A 队没有全胜, 那么 A 队的积分至少要几分才能保证一定出线? 请说明理由.

【注: 单循环比赛就是小组内的每一个队都要和其他队赛一场】

3. (12 分) 已知 $\triangle ABC$ 的角平分线 BD、CE 相交于点 P.

(1) 如图 2, 过 P 点作直线 $MN \parallel BC$, 分别交 AB 和 AC 于点 M 和 N, 则 $\angle MPB + \angle NPC =$ _____ (用含 $\angle A$ 的代数式表示);

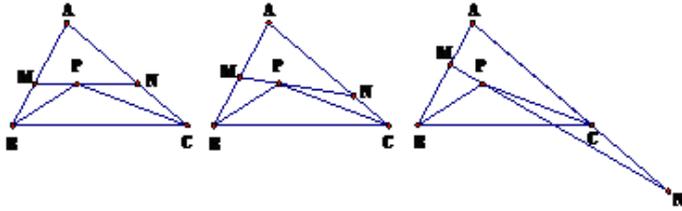


图 2

图 3

图 4

(2) 在 (1) 的条件下, 将直线 MN 绕点 P 旋转.

①当直线 MN 与 AB、AC 的交点仍分别在线段 AB 和 AC 上时, 如图 3, 试探索 $\angle MPB$ 、 $\angle NPC$ 、 $\angle A$ 三者之间的数量关系, 并说明你的理由;

②当直线 MN 与 AB 的交点仍在线段 AB 上, 而与 AC 的交点在 AC 的延长线上时, 如图 4, 试问①中 $\angle MPB$ 、 $\angle NPC$ 、 $\angle A$ 三者之间的数量关系是否仍然成立? 若成立, 请说明你的理由; 若不成立, 请给出 $\angle MPB$ 、 $\angle NPC$ 、 $\angle A$ 三者之间的数量关系, 并说明你的理由.

(江苏 陈德前)

每周一习 (内容 § 12.1 定义与命题 § 12.2 证明 (一) (说理)) (B) 参考答案

必做题

一、1. D. 提示: A 是一个等式, B 是直角三角形的判定方法, C 是线段的基本性质; 2. D. 提示: A 是疑问句, B 和 C 都是作图语言; 3. C. 提示: 无理数包括正无理数和负无理数, 0 是有理数, 所以 C 选项的说法错误; 4. A. 提示: ④是真命题, $3+(-2) < 3-(-2)$, ①是假命题; 同旁内角不一定互补, ②是假命题; 平角与直线是两个不同的概念, ③是假命题; 一个数的平方一定是非负数, ⑤是假命题; 5. D. 提示: 命题的条件是偶数, 结论是 8 的整数倍, 选项 A 中 $2k$ 不一定是偶数, 不正确; 选项 B 中 15 是奇数, 也不正确; 选项 C 中 24 是偶数也是 8 的整数倍, 既符合题设, 又符合结论, 不是我们要找的反例, 所以选项 C 错误; 选项 D 中 42 是偶数, 但不是 8 的整数倍, 所以选项 D 正确; 6. B. 提示: 如果苹果在红箱子里, (1) 正确, 那么 (2) 也正确, 违背了只有一句是真的; 如果苹果在黄箱子里, (1) (2) 错误, (3) 正确; 如果苹果在蓝箱子里, (1) 错, (2) (3) 正确. 所以苹果在黄箱子里.

二、7. 8. 方程根. 提示: 将 $x=2$ 代入 $x^2-6x+c=0$, 得 $4-12+c=0$, $c=8$; 8. 句子, 判断. 提示: 根据命题的定义; 9. 不是, 没有作出判断 (或不是完整的句子). 提示: 根据命题的定义; 10. (1) (3). 提示: (2) (4) (5) 都没有作出判断; 11. 两个角是两条直线被第三条直线所截得到的同位角, 这两个角相等. 提示: 同位角是指由两条直线被第三条直线所截得到的两个角; 12. ②④. 提示: 根据长方体的截面, 最多可以经过 6 个面, 所以边数最多的截面是六边形, 也可以是三角形, 不一定是长方形, ①是假命题; 三角形两边的和大于第三边, ③是假命题; 如果一个角的两边与另一个角的两边分别平行, 那么这两个角相等或互补, ⑤是假命题;

13. -2 , $(x+\frac{5}{2})^2-\frac{5}{4}$. 提示: 答案不唯一, 当 $x=-2$ 时, 原式 $=(-2)^2+5 \times (-2)+5=4$

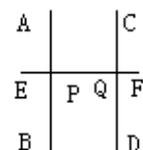
$-10+5=-1 < 0$, 所以“对于任意实数 x , x^2+5x+5 的值总是正数”是假命题; $x^2+5x+5=(x+\frac{5}{2})^2$

$-\frac{5}{4}$, 因为 $(x+\frac{5}{2})^2 \geq 0$, 所以 $(x+\frac{5}{2})^2-\frac{5}{4}$ 的符号不确定; 14. 11 天. 提示: 设有 x 天早晨和

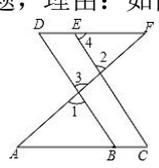
晚上都是晴天, 则早晨下雨天数 $=6-x$, 晚上下雨天数 $=7-x$, 据题意得 $7-x+6-x=9$, 解方程得 $x=2$, 这一段时间全部天数 $=9+x=9+2=11$ 天.

15. (1) 不是命题, 它没有作出判断; (2) 是命题, 但这个判断也是错误的, 例如锐角与钝角分别为 30° 和 100° , 它们并不互补, 所以它也是假命题; (3) 是命题, 但这个判断也是

错误的, 例如 $a=1, b=-2$, 则 $a^2=1, b^2=4, a^2 > b^2$ 不成立, 所以它也是假命题; (4) 不仅作出了判断, 而且判断是正确的, 所以它是真命题; 16. (1) 如果两个角都是直角, 那么这两个角相等; 条件: 两个角都是直角, 结论: 这两个角相等; (2) 如果平面上有两点, 那么在连接两点的所有线中, 线段最短; 条件: 平面上有两点, 结论: 在连接两点的所有线中, 线段最短; 17. (1) 若点在已知直线上, 则这样的平行线不存在, 真命题: 过直线外一点作已知直线的平行线有一条且只有一条; (2) 无限小数不一定是无理数, 比如 $0.33333\cdots$, 真命题: 无限不循环小数是无理数; (3) 等腰三角形顶角的顶点到底边的两个顶点的距离相等, 但它不是底边的中点; 真命题: 若线段上的一点到这条线段的两个端点的距离相等, 则这个点是这条线段的中点; 18. 小明的判断不正确, 例如 $n=3$ 时, $3^4=81, 4^3=64, 81 > 64$; 真命题为: 如果 n 为任意自然数, 当 $n < 3$ 时, $n^{n+1} < (n+1)^n$; 当 $n \geq 3$ 时, $n^{n+1} > (n+1)^n$; 19. 如果一条直线和两条平行线中的一条垂直, 那么这条直线也和另一条直线垂直. 这是一个真命题, 理由如下: 如图, 因为 $AB \parallel CD$ (已知), 所以 $\angle APF = \angle CQF$ (两直线平行, 同位角相等). 又因为 $EF \perp CD$ (已知), 所以 $\angle CQF = 90^\circ$ (垂直的定义), 所以 $\angle APF = 90^\circ$ (等量代换), 所以 $EF \perp AB$ (垂直的定义);



20. (1) 命题有三个: ①② \Rightarrow ③, ①③ \Rightarrow ②, ②③ \Rightarrow ①; (2) 都是真命题, 理由: 如图所示: 当① $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle 3 = \angle 2$, 故 $DB \parallel EC$, 则 $\angle D = \angle 4$, 当② $\angle C = \angle D$, 故 $\angle 4 = \angle C$, 则 $DF \parallel AC$, 可得 $\angle A = \angle F$, 即①② \Rightarrow ③是真命题; 当① $\angle 1 = \angle 2$, 则 $\angle 3 = \angle 2$, 故 $DB \parallel EC$, 则 $\angle D = \angle 4$, 当③ $\angle A = \angle F$, 故 $DF \parallel AC$, 则 $\angle 4 = \angle C$, 故可得 $\angle C = \angle D$, 即①③ \Rightarrow ②是真命题; 当③ $\angle A = \angle F$, 故 $DF \parallel AC$, 则 $\angle 4 = \angle C$, 当② $\angle C = \angle D$, 则 $\angle 4 = \angle D$, 故 $DB \parallel EC$, 则 $\angle 2 = \angle 3$, 可得: $\angle 1 = \angle 2$, 即②③ \Rightarrow ①是真命题; 21. 中间一堆牌应该为 5 张. 事实上, 设第一步各有 x 张牌, 则左、中、右三堆牌的变化情况可表示为:



(左, 中, 右) $\rightarrow (x, x, x) \rightarrow (x-2, x+2, x) \rightarrow (x-2, x+2+1=x+3, x-1)$
 第一步 第二步 第三步
 $\rightarrow (2(x-2), (x+3) - (x-2) = 5, x-1)$, 可见中间一堆牌应该为 5 张.
 第四步

选做题

1. (1) 18, 10, 4, 0, -2, -2, 0, 4, 10; (2) 是真命题, 由 $(a+1)(a-2) > 0$ 有不等式组

$$\textcircled{1} \begin{cases} a+1 > 0, \\ a-2 > 0 \end{cases} \text{ 或 } \textcircled{2} \begin{cases} a+1 < 0, \\ a-2 < 0 \end{cases}, \text{ 解 } \textcircled{1} \text{ 得 } a > 2, \text{ 解 } \textcircled{2} \text{ 得 } a < -1, \therefore \text{ 当 } a > 2 \text{ 或 } a < -1 \text{ 时, 代数式 } (a+1)$$

$(a-2)$ 的值是正数; 2. 若一场比赛没有平局, 两队的总分和为 3 分; 若一场比赛是平局, 两队的总分和为 2 分, 因为 A, B, C, D 四支足球队单循环比赛需要 6 场比赛 (即 A 与 B, A 与 C, A 与 D, B 与 C, B 与 D, C 与 D), 所以 6 场比赛总分和 $\leq 3 \times 6 = 18$ 分. (1) 若 A 队的积分为 6 分时, 当 A, B, C 的积分都为 6 分、D 积分为 0 分 (即 A, B, C 球队都是 2 胜 1 负, D 球队全输), 不能保证 A 一定出线; (2) 若 A 队的积分为 7 分时, 若 A 队不能出线, 则前 2 名球队的分数大于 7 分, 则前两名球队的积分与 A 队的积分总和超过了 21 分, 这与题意不符, 所以 A 球队必是前两名, 保证一定出线. 所以 A 队的积分至少要 7 分才能保证一定出线;

3. (1) $90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$; (2) (i) $\angle MPB + \angle NPC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$. 理由: 先证明

$$\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A, \text{ 则 } \angle MPB + \angle NPC = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2} \angle A) = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A;$$

(ii) 不成立, $\angle MPB - \angle NPC = 90^\circ - \frac{1}{2} \angle A$. 理由: 由图可知 $\angle MPB + \angle BPC - \angle NPC = 180^\circ$,

由(i)知: $\angle BPC = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle A$, $\therefore \angle MPB - \angle NPC = 180^\circ - \angle BPC = 180^\circ - (90^\circ + \frac{1}{2} \angle A) = 90^\circ$

$-\frac{1}{2} \angle A$.