



## 《一元二次方程》复习测试题

### 基础闯关

(时间: 70 分钟; 满分: 100 分)

#### 一、选择题 (每小题 3 分, 共 24 分)

- 若  $x=2$  是关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - mx + 8 = 0$  的一个解, 则  $m$  的值是 ( ).  
(A)6 (B)5 (C)2 (D)-6
- 一元二次方程  $x^2 + px - 2 = 0$  的一个根为 1, 则另一个根为 ( ).  
(A)1 (B)2 (C)-1 (D)-2
- 下列一元二次方程有实数根的是 ( ).  
(A) $x^2 - x + 1 = 0$ ; (B) $x^2 + x + 1 = 0$  (C)  $(x-2)(x+3) = 0$  (D)  $(x-1)^2 + 1 = 0$
- 一元二次方程  $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$  有两个不相等的实数根, 下列选项正确的是 ( ).  
(A) $b^2 - 4ac = 0$  (B) $b^2 - 4ac > 0$  (C) $b^2 - 4ac < 0$  (D) $b^2 - 4ac \geq 0$
- 一元二次方程  $(x-6)^2 = 25$  可转化为两个一元一次方程, 其中一个一元一次方程是  $x+6=5$ , 则另一个一元一次方程是 ( ).  
(A) $x-6=5$  (B) $x-6=-5$  (C) $x+6=5$  (D) $x+6=-5$
- 关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - kx - 1 = 0$  的根的情况是 ( ).  
(A)有两个不相等的同号实数根 (B)有两个不相等的异号实数根  
(C)有两个相等的实数根 (D)没有实数根
- 关于  $x$  的一元二次方程  $kx^2 + 2x - 1 = 0$  有两个实数根, 则  $k$  的取值范围是 ( ).  
(A) $k > -1$  (B) $k \geq -1$  且  $k \neq 0$  (C) $k \neq 0$  (D) $k > -1$  且  $k \neq 0$
- 已知  $m, n$  是方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的两根, 且  $(7m^2 - 14m + a)(3n^2 - 6n - 7) = 8$ , 则  $a$  的值等于 ( ).  
(A)-5 (B)5 (C)-9 (D)9

#### 二、填空题 (每小题 3 分, 共 30 分)

- 配方:  $x^2 - 4x + 3 = (x - \underline{\quad})^2 - 1$ .
- 方程  $x^2 - x = 0$  的根为\_\_\_\_\_.
- 方程  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的正数解是\_\_\_\_\_.
- 若关于  $x$  的方程  $x^2 - 6x + m = 0$  有两个相等的实数根, 则实数  $m =$ \_\_\_\_\_.
- 一个班级若干人, 新年互送贺卡, 若全班共送贺卡 1560 张, 则这个班共\_\_\_\_\_人.
- 已知一元二次方程的两根分别是 3 和 2, 则这个一元二次方程是\_\_\_\_\_.
- 关于  $x$  的方程  $x^2 + 5x + m = 0$  的一个根为 -2, 则另一个根是\_\_\_\_\_.
- 设  $a, b$  是方程  $x^2 + x - 2016 = 0$  的两个实数根, 则  $a^2 + 2a + b$  的值为\_\_\_\_\_.
- 若  $(x^2 + y^2)(x^2 + y^2 - 2) = 8$ , 则  $x^2 + y^2 =$ \_\_\_\_\_.
- 如图 1, 在  $\square ABCD$  中,  $AB=10, BC=14, E, F$  分别为边  $BC, AD$  上的点. 若

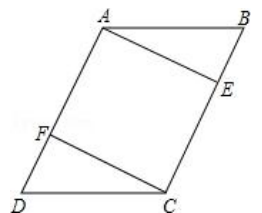


图 1



四边形  $AECF$  为正方形, 则  $AE$  的长为\_\_\_\_\_.

三、解答题 (共 46 分)

19. (每小题 4 分, 共 8 分) 用适当方法解下列方程.

(1)  $3x^2 - \frac{1}{3} = 0$ .

(2)  $(y+3)(1-3y) = 1+2y^2$ .

20. (6 分) 先化简, 再求值:  $\left(\frac{2}{a-1} - \frac{1}{a}\right) \div \frac{a^2+a}{a^2-2a+1}$ , 其中  $a$  满足  $a^2+a-2=0$ .

21. (7 分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2+px+q+1=0$  的一根为 2.

(1) 求  $q$  关于  $p$  的关系式.

(2) 试说明: 关于  $y$  的一元二次方程  $y^2+py+q=0$  总有两个不相等的实数根.



22. (8分) 已知关于  $x$  的一元二次方程  $x^2 - \sqrt{2k+4}x + k = 0$  有两个不相等的实数根.

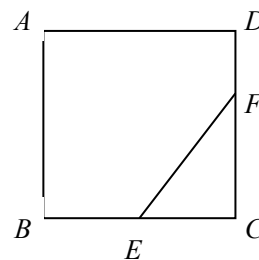
(1) 求  $k$  的取值范围.

(2) 化简  $|k-2| + \sqrt{4+4k+k^2}$ .

23. (8分) 某公司今年销售一种产品, 1月份获得利润 20 万元, 由于产品畅销, 利润逐月增加, 3月份的利润比 2月份的利润增加 4.8 万元, 假设该产品利润每月的增长率相同, 求这个增长率.



24. (9分) 如图2, 在边长为12 cm的正方形 $ABCD$ 中, 点 $E$ 从点 $B$ 开始沿边 $BC$ 以2cm/s的速度向点 $C$ 移动, 点 $F$ 从点 $C$ 开始沿边 $CD$ 以2cm/s的速度向点 $D$ 移动.



(1) 求 $\triangle CEF$ 的面积 $S$  ( $\text{cm}^2$ )与时间 $t$  (s)之间的函数关系式, 并写出自变量 $t$ 的取值范围.

(2) 试求出当 $t$ 为何值时 $\triangle CEF$ 的面积为 $16\text{m}^2$ ?

(3)  $\triangle CEF$ 的面积能为 $20\text{m}^2$ 吗? 如果能, 求出此时五边形 $ABEFD$ 的面积; 如果不能, 请说明理由.

图2



## 能力挑战

(满分: 30分)

1. (5分) 已知  $a, b, c$  分别是三角形的三边, 则方程  $(a+b)x^2 + 2cx + (a+b) = 0$  的根的情况是 ( ).

- (A) 没有实数根                      (B) 有且只有一个实数根  
(C) 有两个相等的实数根          (D) 有两个不相等的实数根

2. (5分) 若关于  $x$  的方程  $(k-1)x^2 + 2x - 2 = 0$  有实数根, 则  $k$  的取值范围是 ( ).

- (A)  $k > \frac{1}{2}$               (B)  $k \geq \frac{1}{2}$               (C)  $k > \frac{1}{2}$  且  $k \neq 1$               (D)  $k \geq \frac{1}{2}$  且  $k \neq 1$

3. (5分) 若  $a-b+c=0, a \neq 0$ , 则方程  $ax^2+bx+c=0$  必有一个根是\_\_\_\_\_.

4. (5分) 关于  $y$  的一元二次方程  $\sqrt{7}xy^2 - x^2y - 2 = 0$  的一个根为 2, 则  $x^2 + x^{-2} =$ \_\_\_\_\_.

5. (10分) 阅读下列材料, 并用相关的思想方法解决问题.

$$\text{计算: } (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5}) - (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{5}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}).$$

$$\text{令 } \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = t, \text{ 则}$$

$$\text{原式} = (1-t) \times (t + \frac{1}{5}) - (1-t-\frac{1}{5})t$$

$$= t + \frac{1}{5} - t^2 - \frac{1}{5}t - t + \frac{1}{5}t + t^2$$

$$= \frac{1}{5}.$$

问题:

(1) 计算:

$$(1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{2016}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2017}) - (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \dots - \frac{1}{2017}) \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2016});$$

(2) 解方程:  $(x^2-5x+2)(x^2-5x+7)=14$ .



## 参考答案

### 基础闯关

1.A. 2.D. 3. C. 4. B. 5.B. 6. B. 7.B. 8. C.

9. 2. 10. 0, 1. 11.  $1+\sqrt{2}$ . 12. 9. 13. 40. 14.  $(x-3)(x-2)=0$  或

$x^2-5x+6=0$ . 15. -3.

16. 2015. 17. 4. 18. 6 或 8.

19. (1)  $x_1 = \frac{1}{3}$ ,  $x_2 = -\frac{1}{3}$ . (2)  $y_1 = \frac{-4+\sqrt{26}}{5}$ ,  $y_2 = \frac{-4-\sqrt{26}}{5}$ .

20. 原式  $= \frac{a-1}{a^2}$ .  $\because a^2+a-2=0$ ,  $\therefore a=1$  或  $-2$ .  $\because a \neq 1$ ,  $\therefore a = -2$ .  $\therefore$  原式  $= -\frac{3}{4}$ .

21. (1) 把  $x=2$  代入  $x^2+px+q+1=0$  得  $4+2p+q+1=0$ ,  $\therefore q=-2p-5$ . (2)  $\because \Delta=p^2-4q=p^2-4(-2p-5)=p^2+8p+20=(p+4)^2+4>0$ ,  $\therefore$  此方程总有两个不相等的实数根.

22. (1)  $-2 \leq k < 2$ . (2) 当  $-2 \leq k < 2$  时, 原式  $= 4$ .

23. 设这个增长率为  $x$ . 依题意得  $20(1+x)^2 - 20(1+x) = 4.8$ , 解得  $x_1=0.2, x_2=-1.2$  (不合题意, 舍去),  $0.2=20\%$ . 故这个增长率为  $20\%$ .

24. (1)  $S = \frac{1}{2} \times CE \times CF = \frac{1}{2} \times (12-2t) \times 2t = -2t^2 + 12t$  ( $0 \leq t \leq 6$ ). (2) 当  $t$  为  $2s$  或  $4s$

时,  $\triangle CEF$  的面积为  $16m^2$ . (3) 当  $S=20$  时,  $-2t^2 + 12t = 20$ , 整理得  $t^2 - 6t + 10 = 0$ .

$\because \Delta = 36 - 40 = -4 < 0$ ,  $\therefore$  此方程没有实数根. 即  $\triangle CEF$  的面积不可能为  $20m^2$ .

### 能力挑战

1. A. 2. B. 3. -1. 4. 26.

5. (1) 令  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdots + \frac{1}{2016} = t$ , 则原式  $= (1-t) \times (t + \frac{1}{2017}) - (1-t - \frac{1}{2017})t$   
 $= t + \frac{1}{2017} - t^2 - \frac{1}{2017}t - t + \frac{1}{2017}t + t^2 = \frac{1}{2017}$ .

(2) 令  $x^2-5x=t$ , 则原方程化为  $(t+2)(t+7) = 14$ . 整理得  $t^2+9t=0$ , 解得  $t=0$  或  $t=-9$ . 当  $t=0$  时,  $x^2-5x=0$ , 解得  $x=0$  或  $x=5$ ; 当  $t=-9$  时,  $x^2-5x=-9$ , 即  $x^2-5x+9=0$ ,  $\because \Delta = b^2-4ac = 25-4 \times 1 \times 9 = -9 < 0$ ,  $\therefore$  此方程无解. 因此原方程的解是  $x=0$  或  $x=5$ .