



“确定圆的条件”、“圆周角”测试题

基础闯关

(时间: 45 分钟; 满分: 100 分)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 如图 1, $\odot O$ 的两条弦 AE, BC 相交于点 D , 连结 AC, BE, AO, BO , 若 $\angle ACB=60^\circ$, 则下列结论中正确的是 ().

- A. $\angle AOB=60^\circ$ B. $\angle ADB=60^\circ$ C. $\angle AEB=60^\circ$ D. $\angle AEB=30^\circ$

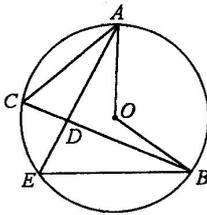


图 1

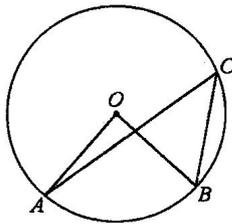


图 2

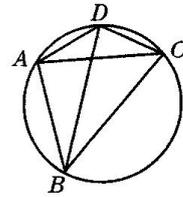


图 3

2. 如图 2, A, B, C 三点在 $\odot O$ 上, 且 $\angle AOB=90^\circ$, 则 $\angle ACB$ 等于 ().

- A. 100° B. 90° C. 45° D. 40°

3. 下列结论: ①顶点在圆周上的角是圆周角; ②圆周角的度数等于圆心角度数的一半; ③ 90° 的圆周角所对的弦是直径; ④圆周角相等, 则它们所对的弧也相等, 其中, 正确的有 ().

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. 如图 3, D 是 \widehat{AC} 的中点, 与 $\angle ABD$ 相等的角 (不含 $\angle ABD$) 的个数是 ().

- A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

5. 一条弦分圆周为 1: 2, 这条弦所对的圆周角为 ().

- A. 60° B. 120° C. 75° 或 120° D. 60° 或 120°

二、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

6. 如图 4, $\angle A$ 是 $\odot O$ 的圆周角, $\angle A=60^\circ$, 则 $\angle BOC=$ _____.

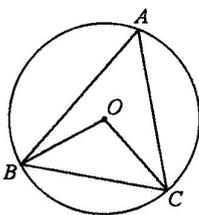


图 4

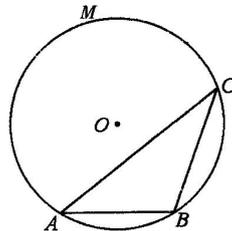


图 5

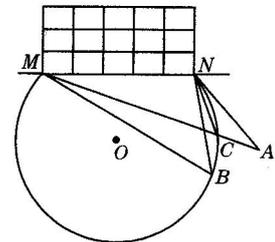


图 6

7. 如图 5, 已知弦 AB 的长等于 $\odot O$ 的半径, 点 C 是 \widehat{AMB} 上一点, 则 $\angle ACB=$ _____.

8. 如图 6, 在足球比赛场上, 甲、乙两名队员互相配合向对方球门 MN 进攻, 当甲带球冲到 A 点时, 乙已跟随冲到 B 点, 从数学角度看, 此时甲是自己射门好, 还是将球传给乙, 让乙射门好? 你认为_____射门好 (填写甲、乙中的一个).



9. 如图 7, $\odot O$ 直径 $AB=6$, $\angle CBD=30^\circ$, 则 $CD=$ _____.

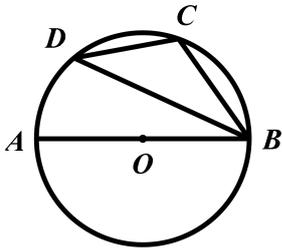


图 7

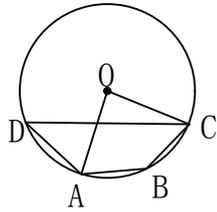


图 8

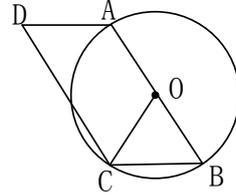


图 9

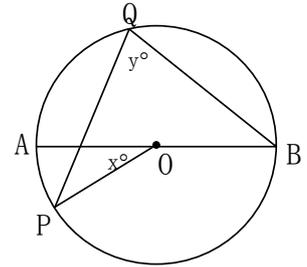


图 10

10. 如图 8, $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形, $\angle ABC=140^\circ$, 则 $\angle AOC=$ _____.

11. 如图 9, 以 $\square ABCD$ 的一边 AB 为直径 $\odot O$ 过点 C , 若 $\angle AOC=110^\circ$, 则 $\angle BAD=$ _____.

12. AB 、 CD 是同圆内两条平行弦, P 为圆上异于 A 、 B 、 C 、 D 的点, 则 $\angle APC$ 与 $\angle BPD$ 的关系为_____.

13. 如图 10, AB 为 $\odot O$ 的直径, 点 P 为其半圆上任意一点 (不含 A 、 B), 点 Q 为另一半圆上一定点, 若 $\angle POA$ 为 x° , $\angle PQB$ 为 y° , 则 y 与 x 的函数关系式是_____.

三、解答题 (每题 12 分, 共 48 分)

14. 如图 11, 在 $\odot O$ 中, 弦 AB 与 CD 相交于点 E , $AB=CD$.

求证: $\triangle AEC \cong \triangle DEB$

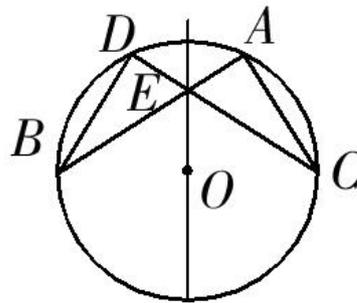


图 11

15. 过任意四个点是不是一定可以画一个圆? 请举例说明.



16. 如图 12, BC 是 $\odot O$ 的直径, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $\widehat{BA} = \widehat{AF}$, BF 与 AD 交于 E . 求证: $AE = BE$

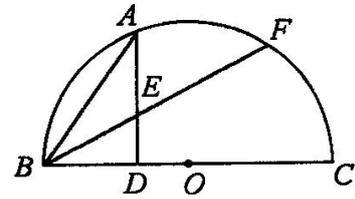


图 12

17. 如图 13, AB 是 $\odot O$ 的一条弦, 点 C 是 $\odot O$ 上一动点, 且 $\angle ACB = 30^\circ$, 点 E 、 F 分别是 AC 、 BC 的中点, 直线 EF 与 $\odot O$ 交于 G 、 H 两点, 若 $\odot O$ 的半径为 6, 求 $GE + FH$ 的最大值?

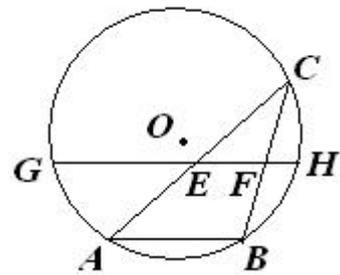


图 13



能力挑战

(满分: 30分)

1. (5分) 如图1, 在 $\odot O$ 中, 弦 $BC=1$, 点 A 是圆上一点, 且 $\angle BAC=30^\circ$, 则 $\odot O$ 的半径是()

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{5}$

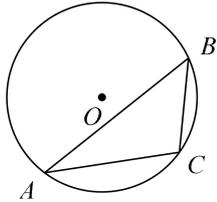


图1

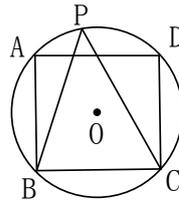
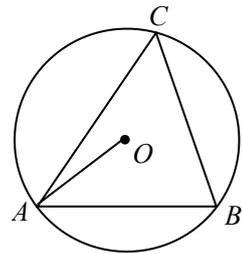


图2

2. (5分) 如图2, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, P 是劣弧 AD 上任意一点, 则 $\angle ABP + \angle DCP =$ _____ $^\circ$.

3. (5分) $\odot O$ 中, 若弦 AB 长 $2\sqrt{6}$ cm, 圆心 O 到弦 AB 的距离为 $\sqrt{2}$ cm, 则此弦所对的圆周角等于_____.

4. (15分) 如图3, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 点 C 是优弧 AB 上一点(点 C 不与 A, B 重合), 设 $\angle OAB = \alpha$, $\angle C = \beta$.



(1) 当 $\alpha = 35^\circ$ 时, 求 β 的度数.

(2) 猜想 α 与 β 之间的关系, 并给予证明.



“确定圆的条件”、“圆周角” 测试题参考答案

基础闯关

1. C 2. C 3. A 4. B
 5. D 弦所对的圆心角度数是唯一的，但是弦两侧都有不同度数的圆周角，所以本题一定有两解。这条弦将圆周分成了 120° 和 240° 两部分，因此这两个圆周角分别为 60° 和 120° ，故答案为 D。
 6. 120° 7. 30° 8. 乙 9. 3 10. 80°
 11. 125° 12. 相等或互补 13. $y=90-\frac{1}{2}x$

14. $\because AB=CD, \therefore \widehat{AB}=\widehat{CD}. \therefore \widehat{AB}-\widehat{AD}=\widehat{CD}-\widehat{AD}$, 即 $\widehat{BD}=\widehat{CA}, \therefore BD=CA$.

在 $\triangle AEC$ 与 $\triangle DEB$ 中, $BD=CA, \angle ACE=\angle DBE, \angle AEC=\angle DEB$,

$\therefore \triangle AEC \cong \triangle DEB$.

15. 不一定

要过四个点作一个圆，应先作出经过不在同一直线上的三点的圆，而第四个点到该圆心的距离不一定等于半径，因此过任意的四点不一定能作出一个圆。

16. 连结 AC . $\because \widehat{AB}=\widehat{AF}, \therefore \angle ABE=\angle C$. $\because BC$ 是 $\odot O$ 的直径,

$\therefore \angle BAD+\angle DAC=90^\circ, \because AD \perp BC, \therefore \angle C+\angle DAC=90^\circ$,

$\therefore \angle C=\angle BAD, \therefore \angle ABE=\angle BAD. \therefore AE=BE$.

17. 9

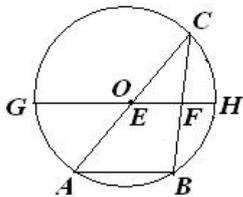
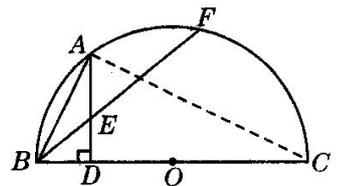
显然，当 AC (或 BC) 为 $\odot O$ 的直径时，如图所示， $GE+FH$ 的值最大。

$\because AC$ 为 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ABC$ 为直角， $AC=12, \angle ACB=30^\circ, \therefore AB=6$.

\because 点 E, F 分别是 AC, BC 的中点，则 $EF=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2} \times 6=3$.

$\therefore GH$ 经过 $\odot O$ 直径 AC 的中点，则 GH 也是 $\odot O$ 的直径， $\therefore GH=12$,

$\therefore GE+FH=GH-EF=12-3=9$.



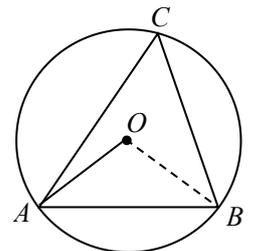
能力挑战

1. A 2. 45 3. 60° 或 120°

4. (1) $\beta=55^\circ$; (2) $\alpha+\beta=90^\circ$.

(1) 连结 OB , 则 $OA=OB, \therefore \angle OBA=\angle OAB=35^\circ$.

$\therefore \angle AOB=180^\circ-\angle OAB-\angle OBA=110^\circ. \therefore \beta=\angle C=\frac{1}{2}\angle AOB=55^\circ$.





(2) α 与 β 之间的关系是 $\alpha + \beta = 90^\circ$.

证一：连结 OB ，则 $OA = OB$.

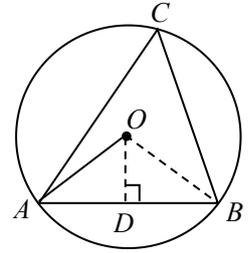
$$\therefore \angle OBA = \angle OAB = \alpha \quad \therefore \angle AOB = 180^\circ - 2\alpha .$$

$$\therefore \beta = \angle C = \frac{1}{2} \angle AOB = \frac{1}{2} (180^\circ - 2\alpha) = 90^\circ - \alpha \quad \therefore \alpha + \beta = 90^\circ .$$

证二：连结 OB ，则 $OA = OB$. $\therefore \angle AOB = 2\angle C = 2\beta$.

过 O 作 $OD \perp AB$ 于点 D ，则 OD 平分 $\angle AOB$. $\therefore \angle AOD = \frac{1}{2} \angle AOB = \beta$.

在 $\text{Rt}\triangle AOD$ 中， $\angle OAD + \angle AOD = 90^\circ$ ， $\therefore \alpha + \beta = 90^\circ$.



证三：延长 AO 交 $\odot O$ 于 E ，连结 BE ，则 $\angle E = \angle C = \beta$.

$\because AE$ 是 $\odot O$ 的直径， $\therefore \angle ABE = 90^\circ$. $\therefore \angle BAE + \angle E = 90^\circ$ ， $\therefore \alpha + \beta = 90^\circ$.

