



## “直线与圆的位置关系”测试题

### 基础闯关

(时间: 45 分钟; 满分: 100 分)

#### 一、选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 同学们玩过如图 1 的滚铁环吗? 铁环的半径是 30 cm, 手柄长 40 cm. 当手柄的一端勾在环上, 另一端到铁环的圆心的距离为 50 cm 时, 铁环所在的圆与手柄所在的直线的位置关系为 ( )

- A. 相离      B. 相切      C. 相交      D. 不能确定

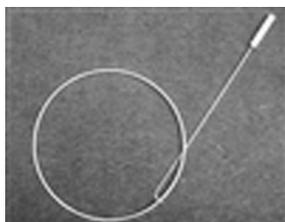


图 1

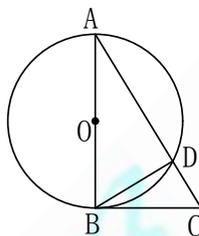


图 2

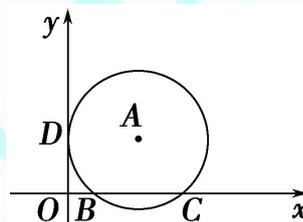


图 3

2. 如图 2, AB 为  $\odot O$  的直径, BC 为  $\odot O$  的切线, AC 交  $\odot O$  于点 D. 图中互余的角有 ( )

- A. 1 对      B. 2 对      C. 3 对      D. 4 对

3. 下列说法中, 正确的是 ( )

- A. 圆有且只有一个外切三角形      B. 三角形的内心到三角形的 3 个顶点的距离相等  
C. 三角形有且只有一个内切圆      D. 垂直于半径的直线一定是这个圆的切线

4. 如图 3, 在平面直角坐标系中, 点 A 在第一象限,  $\odot A$  与 x 轴交于 B(2, 0), C(8, 0) 两点, 与 y 轴相切于点 D, 则点 A 的坐标是 ( )

- A. (5, 4)      B. (4, 5)      C. (5, 3)      D. (3, 5)

5. 已知  $\odot P$  的半径为 2, 圆心在函数  $y = -\frac{8}{x}$  的图象上运动, 当  $\odot P$  与坐标轴相切于点 D 时, 则符合条件的点 D 的个数为 ( )

- A. 0      B. 1      C. 2      D. 4

#### 二、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

6. 已知圆的直径为 6cm, 圆心到一条直线的距离为 3cm, 那么直线和圆的位置关系是\_\_\_\_\_.

7.  $\odot O$  的半径为 3, 直线 l 和点 O 的距离为 d, 若直线 l 与  $\odot O$  有公共点, 则 d 的范围\_\_\_\_\_.

8. 如图 4, AB 切  $\odot O$  于点 C, AC=BC,  $\angle AOB = 120^\circ$ ,  $\odot O$  的半径为 1cm,  $\triangle ABO$  的周长等于\_\_\_\_\_cm.

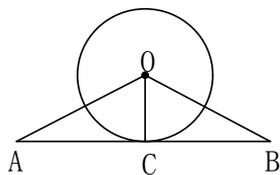


图 4

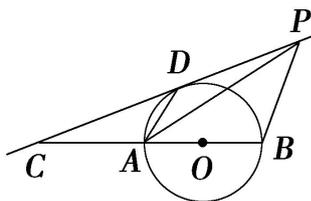


图 5

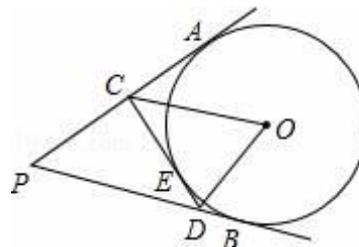


图 6



9. 从半径为 3cm 的  $\odot O$  外一点向  $\odot O$  所作的切线长为 6cm, 则这点到  $\odot O$  的最短距离是\_\_\_\_\_.
10.  $\text{Rt}\triangle ABC$  的两条直角边  $AC=3$ ,  $BC=4$ , 则这个直角三角形的内切圆的半径  $r=$ \_\_\_\_\_.
11. 如图 5, 直线  $CD$  与以线段  $AB$  为直径的圆相切与点  $D$ , 并交  $BA$  的延长线于点  $C$ , 且  $AB=4$ ,  $AD=2$ ,  $P$  点在切线  $CD$  上移动. 当  $\angle APB$  的度数最大时, 则  $\angle ABP=$ \_\_\_\_\_.
12. 已知点  $I$  为  $\triangle ABC$  的内心, 且  $\angle ABC=50^\circ$ ,  $\angle ACB=60^\circ$ ,  $\angle BIC=$ \_\_\_\_\_°.
13. 如图 6,  $P$  是  $\odot O$  外一动点,  $PA$ 、 $PB$ 、 $CD$  是  $\odot O$  的三条切线,  $C$ 、 $D$  分别在  $PA$ 、 $PB$  上, 连接  $OC$ ,  $OD$ . 设  $\angle P$  为  $x^\circ$ ,  $\angle COD$  为  $y^\circ$ , 则  $y$  与  $x$  的函数关系式为\_\_\_\_\_.

二、解答题 (共 48 分)

14. (12 分) 已知  $\text{Rt}\triangle ABC$  的斜边  $AB=6\text{cm}$ , 直角边  $AC=3\text{cm}$ , 以  $C$  为圆心, 半径分别为 2cm 和 4cm 画两个圆, 这两个圆与  $AB$  有怎样的位置关系? 当半径为多少时,  $AB$  与  $\odot C$  相切?

15. (12 分) 如图 7, 已知  $P$  是  $\odot O$  外一点,  $PO$  交  $\odot O$  于点  $C$ ,  $OC=CP=2$ , 弦  $AB \perp OC$ , 劣弧  $AB$  的度数为  $120^\circ$ , 连接  $PB$ .

(1) 求  $BC$  的长.

(2) 求证:  $PB$  是  $\odot O$  的切线.

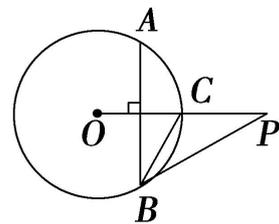


图 7



16. (12分) 如图8,  $OC$  平分  $\angle AOB$ , 点  $D$  在  $OC$  上,  $\odot D$  与  $OA$  相切于点  $E$ . 求证:  $OB$  与  $\odot D$  相切.

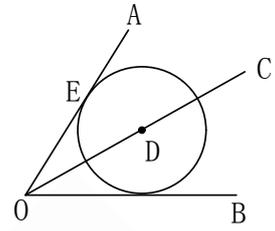


图8

17. (12分) 如图9,  $\angle AOB=30^\circ$ , 点  $M$  在  $OB$  上, 且  $OM=5\text{cm}$ , 以  $M$  为圆心,  $r$  为半径画圆. 试讨论  $r$  的大小与所画  $\odot M$  和射线  $OA$  的公共点个数之间的对应关系.

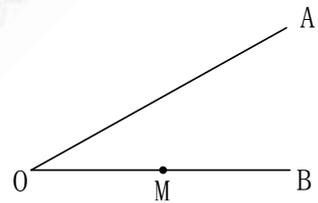


图9



能力挑战

(满分: 25 分)

1. (5 分) 如图 1,  $PA, PB$  分别与  $\odot O$  相切于  $A, B$  两点, 若  $\angle C = 60^\circ$ , 则  $\angle P$  的度数为( ).

- A.  $30^\circ$       B.  $50^\circ$       C.  $60^\circ$       D.  $120^\circ$

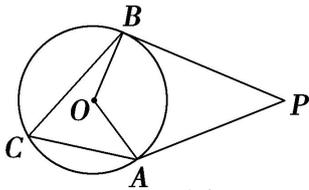


图 1

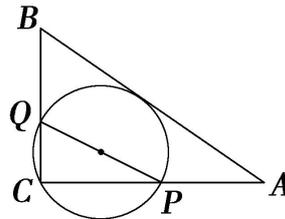


图 2

2. (5 分) 如图 2, 在  $\triangle ABC$  中,  $AB=10, AC=8, BC=6$ , 经过点  $C$  且与边  $AB$  相切的动圆与  $CA, CB$  分别相交于点  $P, Q$ , 则线段  $PQ$  长度的最小值是\_\_\_\_\_.

3. (15 分) 如图 3, 射线  $QN$  与等边  $\triangle ABC$  的两边  $AB, BC$  分别交于点  $M, N$ , 且  $AC \parallel QN$ ,  $AM=MB=2 \text{ cm}$ ,  $QM=4 \text{ cm}$ . 动点  $P$  从点  $Q$  出发, 沿射线  $QN$  以每秒  $1 \text{ cm}$  的速度向右移动, 经过  $t$  秒, 以点  $P$  为圆心,  $\sqrt{3} \text{ cm}$  为半径的圆与  $\triangle ABC$  的边相切(切点在边上), 求出  $t$  的所有值(单位: 秒).

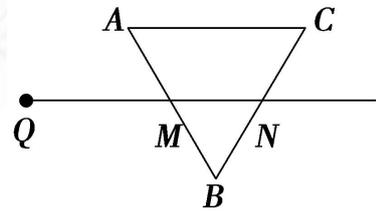


图 3



参考答案  
基础闯关

1. B      2. D      3. C      4. A      5. D  
6. 相切    7.  $0 \leq d \leq 3$     8.  $4 + 2\sqrt{3}$     9.  $3\sqrt{5} - 3$     10.1  
11.  $30^\circ$     12. 125    13.  $y = 90 - 0.5x$

14. 以 C 为圆心, 半径为 2cm 的圆与 AB 相离; 以 C 为圆心, 半径为 4cm 的圆与 AB 相交; 当半径为  $\frac{3}{2}\sqrt{3}$  cm 时, AB 与  $\odot C$  相切.

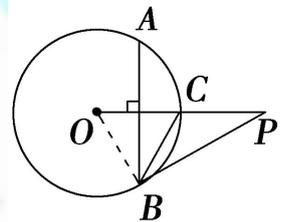
15. (1) 连结  $OB$ ,  $\because$  弦  $AB \perp OC$ , 劣弧  $AB$  的度数为  $120^\circ$ ,  $\therefore \angle COB = 60^\circ$ . 又  $\because OC = OB$ .  
 $\therefore \triangle OBC$  是正三角形,  $\therefore BC = OC = 2$ .

(2) 证明:  $\because BC = CP$ ,  $\therefore \angle CBP = \angle CPB$ .

$\because \triangle OBC$  是正三角形,  $\therefore \angle OBC = \angle OCB = 60^\circ$ .  $\therefore \angle CBP = 30^\circ$ ,

$\therefore \angle OBP = \angle CBP + \angle OBC = 90^\circ$ ,

$\therefore OB \perp BP$ .  $\because$  点  $B$  在  $\odot O$  上,  $\therefore PB$  是  $\odot O$  的切线.



16. 连接 DE, 过点 D 作  $DF \perp OB$ .

$\because \odot D$  切  $OA$  于点 E,  $\therefore DE \perp OA$ , 且  $DE$  为  $\odot D$  的半径.

又  $\because OC$  平分  $\angle AOB$ ,  $DF = DE$  为  $\odot O$  的半径  $r$ ,  $\therefore OB$  经过半径  $DF$  的外端  $F$ , 且  $DF = r$ .

$\therefore OB$  与  $\odot D$  相切.

17. 点  $M$  到  $OA$  的距离为 2.5cm, 当  $r < 2.5$ cm 时, 没有公共点; 当  $r = 2.5$ cm 或  $r > 5$ cm 时, 有 1 个公共点; 当  $2.5\text{cm} < r \leq 5\text{cm}$  时, 有 2 个公共点.

能力挑战

1. C      2. 4.8 过  $C$  作  $CD \perp AB$  于  $D$ , 设圆心为  $O$ , 作  $OE \perp AB$  于  $E$ , 连结  $OC$ .

在  $\triangle ABC$  中,  $\because AB = 10, AC = 8, BC = 6$ ,

$$\therefore AC^2 + BC^2 = 8^2 + 6^2 = 10^2 = AB^2,$$

$\therefore \angle ACB = 90^\circ$ .  $\therefore PQ$  是直径.

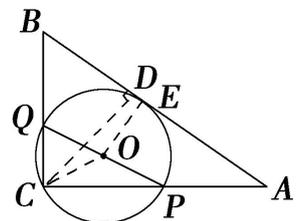
$$\because S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = \frac{1}{2} AC \cdot BC, \therefore CD = \frac{AC \cdot BC}{AB} = \frac{8 \times 6}{10} = 4.8.$$

$\because OC + OE \geq CD$ ,  $\therefore$  当以  $CD$  为直径时, 圆的直径最小, 即  $PQ$  最小, 最小值为 4.8.

3.  $\because$  该圆的半径为  $\sqrt{3}$ , 圆心  $P$  从  $Q$  点开始运动时会与圆 3 次相切, 而  $AM = MB, AC \parallel QN$ ,

$\therefore MN$  为正三角形  $ABC$  的中位线,  $MN = 2$ .

(1) 当圆与正三角形  $AB$  边相切时, 如图 1, 则  $PD = \sqrt{3}$ , 易得  $DM = 1, PM = 2$ , 则  $QP = 2$ , 则  $t$





=2.

(2)当圆与正三角形  $AC$  边相切时,如图2,事实上圆的半径刚好等于  $AC$  与射线  $QN$  之间的距离 $\sqrt{3}$ ,所以  $AP=\sqrt{3}$ ,则  $PM=1$ ,  $QP=3$ ,同理  $NP=1$ ,  $QP=7$ ,而在此之间圆始终与  $AC$  边相切,所以  $3 \leq t \leq 7$ .

(3)当圆与正三角形  $BC$  边相切时,如图3,则  $PD=\sqrt{3}$ ,易得  $DN=1$ ,  $PN=2$ ,则  $QP=8$ ,则  $t=8$ .

综上所述,  $t=2$  或  $3 \leq t \leq 7$  或  $t=8$ .

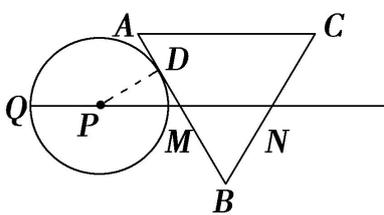


图 1

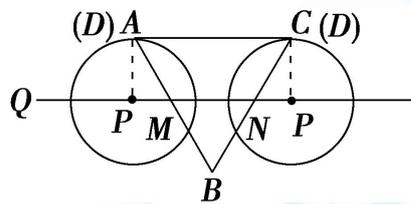


图 2

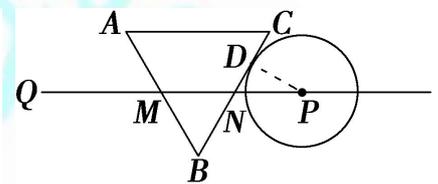


图 3