



“与圆有关的计算”测试题

基础闯关

(时间: 45 分钟; 满分: 100 分)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 钟面上的分针的长为 1, 从 7 点到 7 点 30 分, 分针在钟面上扫过的面积是 ().

- A. π B. $\frac{1}{2}\pi$ C. $\frac{1}{4}\pi$ D. $\frac{1}{8}\pi$

2. 已知圆锥的底面半径长为 4, 侧面展开后得到一个半圆, 则该圆锥的母线长为 ().

- A. 2 B. 4 C. 8 D. 12

3. 周长相等的正三角形、正四边形、正六边形的面积 S_3 、 S_4 、 S_6 之间的大小关系是 ().

- A. $S_6 > S_4 > S_3$ B. $S_3 > S_4 > S_6$ C. $S_6 > S_3 > S_4$ D. $S_4 > S_6 > S_3$

4. 如图 1, 圆锥形烟囱帽的底面半径为 15 cm, 母线长为 20 cm, 制作这样一个烟囱帽所需要的铁皮面积至少是 ().

- A. $150\pi \text{ cm}^2$ B. $300\pi \text{ cm}^2$ C. $450\pi \text{ cm}^2$ D. $600\pi \text{ cm}^2$

5. 如图 2, 一根 5 m 长的绳子, 一端拴在围墙墙角的柱子上, 另一端拴着一只小羊 A (羊只能在草地上活动), 那么小羊 A 在草地上的最大活动区域面积是 ().

- A. $\frac{17}{12}\pi m^2$ B. $\frac{17}{6}\pi m^2$ C. $\frac{25}{4}\pi m^2$ D. $\frac{77}{12}\pi m^2$

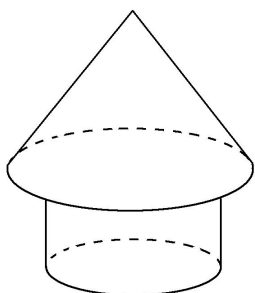


图 1

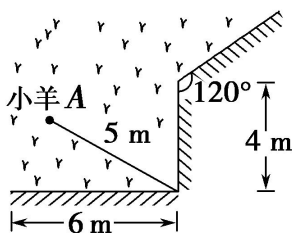


图 2

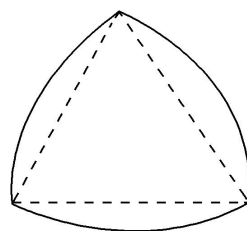


图 3

二、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

6. 已知圆锥的底面半径是 6, 母线长是 13, 该圆锥的高为_____.

7. 正五边形共有_____条对称轴.

8. 若正 n 边形的一个外角是一个内角的一半时, 则这个正多边形是正_____边形.

9. 已知扇形的圆心角为 45° , 弧长等于 $\frac{\pi}{2}$, 则该扇形的半径是_____.



10. 同圆的内接正三角形与内接正方形的边长的比值是_____.

11. 如图 3 是一个餐盘, 它的外围是由以正三角形的顶点为圆心, 以正三角形的边长为半径的三段等弧组成, 已知正三角形的边长为 10, 则该餐盘的面积是_____.

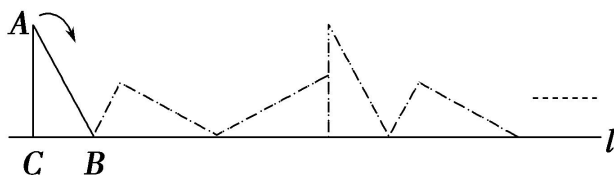


图 4

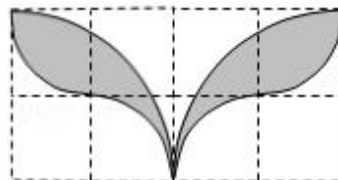


图 5

12. 如图 4, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的直角边 BC 位于直线 l 上, $AC=\sqrt{3}$, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$, 若 $\text{Rt}\triangle ABC$ 由现在的位置向右无滑动地翻转, 当点 A 第 3 次落在直线 l 上时, 点 A 所经过的路线的长为_____ (结果用含 π 的式子表示).

13. 如图 5, 小方格都是边长为 1 的正方形, 则以格点为圆心, 半径为 1 和 2 的两种弧围成的“叶状”阴影图案的面积为_____.

三、解答题 (共 48 分)

14. (12 分) 如图 6, 在半径为 10cm 的 $\odot O$ 中, 作一个正六边形 $ABCDEF$, 试求此正六边形的面积.

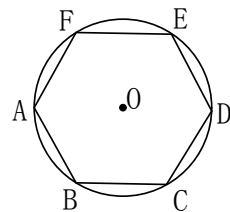


图 6

15. (12 分) 一个圆锥的底面半径为 10cm, 母线长为 40cm. 求圆锥的侧面展开图的圆心角和面积.



16. (12分) 如图 7①, 小明将量角器和一块含 30° 角的直角三角板 ABC 紧靠着放在同一平面内, 使直角边 BC 与量角器的 0° 线 CD 在同一直线上(即点 B, C, O, D 在同一直线上), O 为量角器圆弧所在圆的圆心, $\angle ACB=90^\circ$, $\angle CAB=30^\circ$, $BC=6\text{ cm}$.

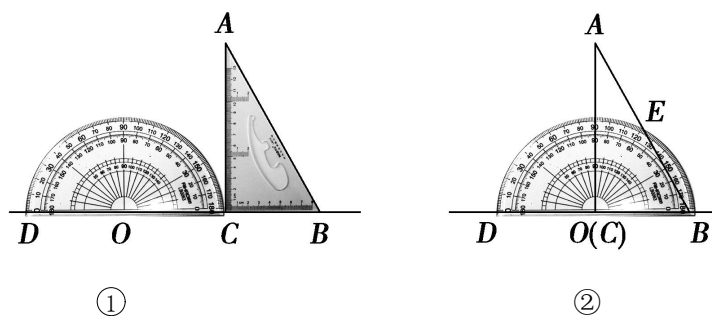


图 7

(1) 判断 AC 是不是 $\odot O$ 的切线, 并说明理由.

(2) 将直角三角板 ABC 沿 CD 方向平移, 使点 C 落在点 O 上. 此时点 B 落在点 C 原位置上(如图 7②), AB 交 $\odot O$ 于点 E , 则弧 BE 的长是多少?



17. (12 分) 如图 8, 有一只小虫从圆锥底面圆周上的点 A 出发, 绕侧面一圈爬行到母线 SA 的中点 B 处, 已知该圆锥的高为 $\sqrt{15}$ cm, 母线长为 4cm, 小虫爬行的最短路程是多少?

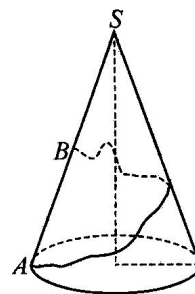


图 8

能力挑战

(满分: 25 分)

1. (5 分) 如图 1, 圆形铁片与直角三角尺、直尺紧靠在一起平放在桌面上. 已知铁片的圆心为 O , 三角尺的直角顶点 C 落在直尺的 10 cm 处, 铁片与直尺的唯一公共点 A 落在直尺的 14 cm 处, 铁片与三角尺的唯一公共点为 B , 下列说法错误的是 ().

- A. 圆形铁片的半径是 4 cm
- B. 四边形 $AOBC$ 为正方形
- C. 扇形 OAB 的面积是 $4\pi \text{ cm}^2$
- D. 弧 AB 的长度为 $4\pi \text{ cm}$

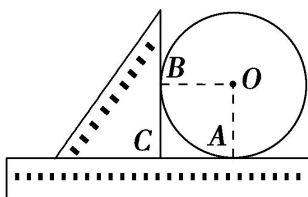


图 1

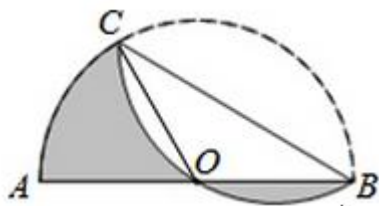


图 2



2. (5分) 如图2, AB 是半圆 O 的直径, 且 $AB=4$, 点 C 为半圆上的一点. 将此半圆沿 BC 所在的直线折叠, 若圆弧 BC 恰好过圆心 O , 则图中阴影部分的面积是_____ (结果保留 π).

3. (15分) 如图3, 已知点 A 在 x 轴的正半轴上, 点 B 的坐标为 $(0, -2)$, 将 $\text{Rt}\triangle AOB$ 绕 y 轴旋转一周, 得到一个圆锥, 当圆锥的侧面积等于 $\sqrt{5}\pi$ 时, 求 AB 所在直线对应的函数关系式.

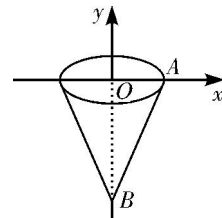


图3



参考答案

基础闯关

1. B 2. C 3. A 4. B 5. D 6. 12 7. 5 8. 六 9. 2

10. $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 11. $50\pi - 50\sqrt{3}$ 12. $4\pi + \sqrt{3}\pi$ 13. $2\pi - 4$

14. $S_{\text{六边形} ABCDEF} = 6S_{\triangle OBC} = 6 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 5\sqrt{3} = 150\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}.$

15. 圆心角为 90° , 面积 $400\pi \text{ cm}^2$.

16. (1) AC 是 $\odot O$ 的切线.

$\because$ 点 B, C, O, D 在同一直线上, $\angle ACB = 90^\circ$, $\therefore AC \perp CD$, $\therefore AC$ 是 $\odot O$ 的切线.

(2) $\because$ 点 C 落在点 O 上. 此时点 B 落在点 C 原位置上, $\therefore$ 圆的半径 $= BC = 6$. $\because \angle ACB = 90^\circ$, $\angle CAB = 30^\circ$, $\therefore \angle ABC = 60^\circ$, 而 $OE = OB$, $\therefore \triangle OBE$ 为等边三角形, $\therefore \angle BOE = 60^\circ$, $\therefore \widehat{BE}$ 的长 $= \frac{60 \cdot \pi \cdot 6}{180} = 2\pi \text{ (cm)}.$

17. 先求出侧面展开图扇形的弧长 l 及圆心角 n . 由 $r = \sqrt{4^2 - (\sqrt{15})^2} = 1$, 得 $l = 2\pi \times 1 = 2\pi$.

由弧长 $l: \frac{n}{360} \times 2\pi \times 4 = 2\pi$, $n = 90$.

在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $AB = \sqrt{AO^2 + BO^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}$, 即小虫由 $A \rightarrow B$ 的最短距离为 $2\sqrt{5} \text{ cm}$.

能力挑战

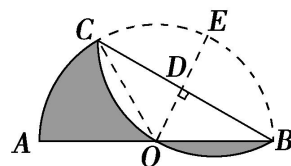
1. D 2. $\frac{2}{3}\pi$. 提示: 过点 O 作 $OD \perp BC$ 于点 D , 交 $\widehat{BC}$ 于点 E , 连接 OC , 则点 E

是 $\widehat{BEC}$ 的中点, 由折叠的性质可得点 O 为 $\widehat{BOC}$ 的中点, $\therefore S_{\text{弓形} BO} = S_{\text{弓形} CO}$.

在 $\text{Rt}\triangle BOD$ 中, $OD = DE = \frac{1}{2}R = 1$, $OB = R = 2$,

$\therefore \angle OBD = 30^\circ$, $\therefore \angle AOC = 60^\circ$,

$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{\text{扇形} AOC} = \frac{2}{3}\pi$.



3. 设点 A 的坐标为 $(r, 0)$, 则 $OA = r$. $\because B(0, -2)$, $\therefore OB = 2$. 在 $\text{Rt}\triangle AOB$ 中, 由勾股定理, 得 $AB = \sqrt{OA^2 + OB^2} = \sqrt{r^2 + 4}$. $\therefore$ 圆锥的侧面积为 $\pi r \cdot AB = \pi r \sqrt{r^2 + 4} = \sqrt{5}\pi$. $\therefore r = 1$. $\therefore$

$A(1, 0)$. 设直线 AB 的解析式为 $y = kx + b$, $\therefore \begin{cases} k + b = 0, \\ b = -2. \end{cases} \therefore \begin{cases} k = 2, \\ b = -2. \end{cases} \therefore$ 直线 AB 的对应

的函数关系式为 $y = 2x - 2$.