



“用二次函数解决问题”测试题

基础闯关

(时间: 45 分钟; 满分: 100 分)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

1. 已知矩形的周长为 $36m$, 矩形绕着它的一条边旋转形成一个圆柱, 设矩形的一条边长为 xm , 圆柱的侧面积为 ym^2 , 则 y 与 x 的函数关系式为 ().

- A. $y = -2\pi x^2 + 18\pi x$ B. $y = 2\pi x^2 - 18\pi x$ C. $y = -2\pi x^2 + 36\pi x$ D. $y = 2\pi x^2 - 36\pi x$

2. 设计师以 $y = 2x^2 - 4x + 8$ 的图象为灵感设计出的杯子示意图如图 1, 若 $AB = 4$, $DE = 3$, 则杯子的高 $CE = ()$.

- A. 17 B. 11 C. 8 D. 7

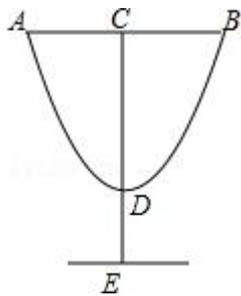


图 1

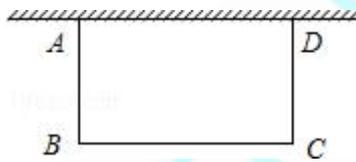


图 2

3. 如图 2, 利用一面墙, 用 80 米长的篱笆围成一个矩形场地, 墙长为 30 米, 围成鸡场的最大面积为 ().

- A. 800 平方米 B. 750 平方米 C. 600 平方米 D. 2400 平方米

4. 向上发射一枚炮弹, 经 x 秒后的高度为 y 米, 且时间与高度的关系为 $y = ax^2 + bx$, 若此炮弹在第 6 秒与第 15 秒时的高度相等, 则下列几个时刻高度最高的是 ().

- A. 第 8 秒 B. 第 10 秒 C. 第 12 秒 D. 第 14 秒

5. 在一块底边长为 $12cm$, 高为 $6cm$ 的锐角三角形铁板上, 截出一块矩形铁板, 使它的一边在底边上, 另外两个顶点分别在三角形的另外两边上. 若矩形垂直于三角形底边的那条边长为 xcm , 矩形的面积为 Scm^2 , 则 S 与 x 之间的函数关系式为 ().

- A. $S = \frac{1}{2}x^2$ B. $S = x^2$ C. $S = 12x - 2x^2$ D. $S = 4x^2$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

6. 某企业今年第一月新产品的研发资金为 100 万元, 以后每月新产品的研发资金与上月相比增长率都是 x , 则该厂今年第三月新产品的研发资金 y (元) 关于 x 的函数关系式为 $y = \underline{\hspace{2cm}}$.

7. 从地面垂直向上抛出一小球, 小球的高度 h (米) 与小球运动时间 t (秒) 的函数关系式是 $h = 9.8t - 4.9t^2$, 当 $t = 1$ 秒时, 高度 h 为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 米.

8. 如图 3, 在一幅长 $50cm$, 宽 $30cm$ 的矩形风景画的四周镶一条金色纸边, 制成一幅矩形挂画, 设整个挂画总面积为 ycm^2 , 金色纸边的宽为 xcm , 则 y 与 x 的关系式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. 如图 4, 有长为 24 米的篱笆, 一面利用墙 (墙的最大可用长度 a 为 10 米), 围成中间隔有一道篱笆的长方形花圃. 设花圃的宽 AB 为 x 米, 面积为 S 米², 则 S 与 x 的函数关系式是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

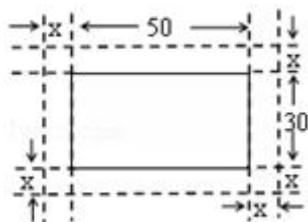


图 3

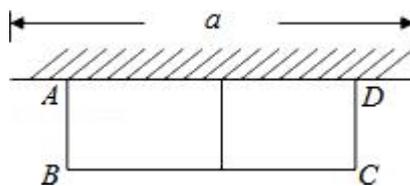


图 4

10. 某大学生利用业余时间销售一种进价为 60 元/件的文化衫, 前期了解并整理了销售这种文化衫的相关信息如下: (1) 月销量 y (件) 与售价 x (元) 的关系满足: $y = -2x + 400$; (2) 工商部门限制销售价 x 满足: $70 \leq x \leq 150$ (计算月利润时不考虑其他成本). 给出下列结论: ①这种文化衫的月销量最小为 100 件; ②这种文化衫的月销量最大为 260 件; ③销售这种文化衫的月利润最小为 2600 元; ④销售这种文化衫的月利润最大为 9000 元. 其中正确的是_____ (把所有正确结论的序号都选上).

11. 已知 $\odot P$ 的半径为 1, 圆心 P 在抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 - 1$ 上运动, 当 $\odot P$ 与 x 轴相切时, 圆心 P 的坐标为_____.

12. 如图 5, 矩形纸片 $ABCD$, $AD=8$, $AB=10$, 点 F 在 AB 上, 分别以 AF 、 FB 为边裁出的两个小正方形纸片面积和 S 的取值范围是_____.

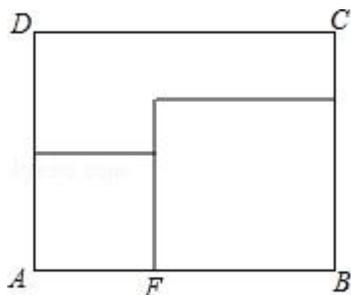


图 5

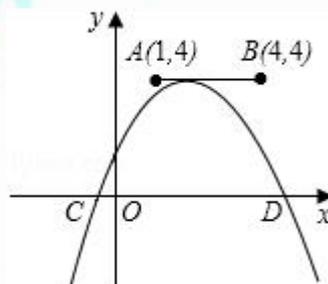


图 6

13. 如图 6, 点 A 、 B 的坐标分别为 $(1, 4)$ 和 $(4, 4)$, 抛物线 $y = a(x - m)^2 + n$ 的顶点在线段 AB 上运动, 与 x 轴交于 C 、 D 两点 (C 在 D 的左侧), 点 C 的横坐标最小值为 -3 , 则点 D 的横坐标最大值为_____.

三. 解答题 (共 48 分)

14. (12 分) 某商店原来平均每天可销售某种水果 200 千克, 每千克可盈利 6 元, 为减少库存, 经市场调查, 如果这种水果每千克降价 1 元, 则每天可所多售出 20 千克.

(1) 设每千克水果降价 x 元, 平均每天盈利 y 元, 试写出 y 关于 x 的函数表达式.

(2) 若要平均每天盈利 960 元, 则每千克应降价多少元?



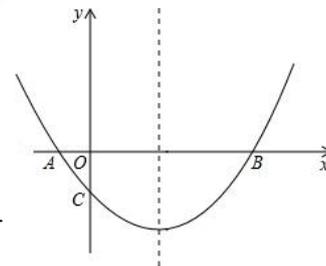
15. (12分) 某中学课外兴趣活动小组准备围建一个矩形苗圃园, 其中一边靠墙, 另外三边用长为30米的篱笆围成, 已知墙长为18米(如图7), 设这个苗圃园垂直于墙的一边的长为 x 米.



- (1) 若苗圃园的面积为72平方米, 求 x .
- (2) 若平行与墙的一边长不小于8米, 这个苗圃园的面积有最大值和最小值吗? 如果有, 求出最大值和最小值; 如果没有, 请说明理由.
- (3) 当这个苗圃园的面积不小于100平方米时, 直接写出 x 的取值范围.

图7

16. (12分) 如图8, 抛物线经过 $A(-1, 0)$, $B(5, 0)$, $C(0, -\frac{5}{2})$ 三点.



- (1) 求抛物线对应的函数关系式.
- (2) 在抛物线的对称轴上有一点 P , 使 $PA+PC$ 的值最小, 求点 P 的坐标.

图8



17. (12分) 如图9, 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 经过 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, $C(0, -3)$ 三点, 直线 l 是抛物线的对称轴.

(1) 求抛物线对应的函数关系式.

(2) 点 M 也是直线 l 上的动点, 且 $\triangle MAC$ 为等腰三角形, 请直接写出所有符合条件的点 M 的坐标.

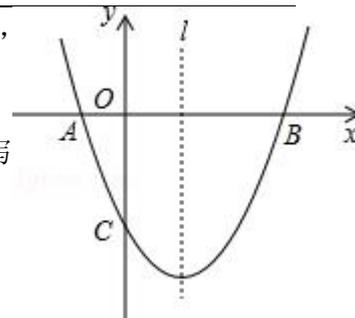
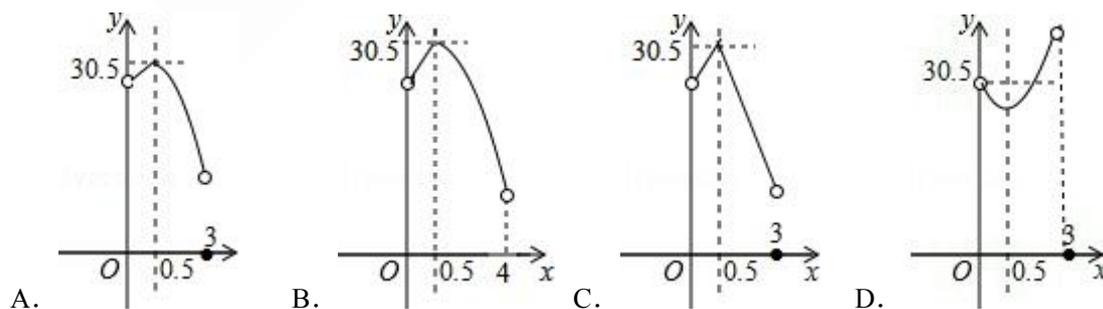


图9

能力挑战

(满分: 30分)

1. (5分) 某校校园内有一个大正方形花坛, 如图1①所示, 它由四个边长为3米的小正方形组成, 且每个小正方形的种植方案相同. 其中的一个小正方形 $ABCD$ 如图1②所示, $DG=1$ 米, $AE=AF=x$ 米, 在五边形 $EFBCG$ 区域上种植花卉, 则大正方形花坛种植花卉的面积 y 与 x 的函数图象大致是 ().



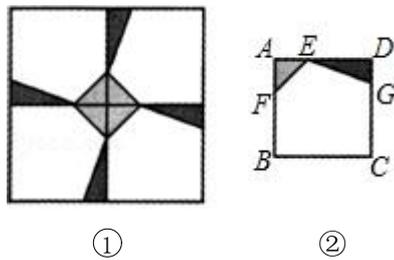


图 1

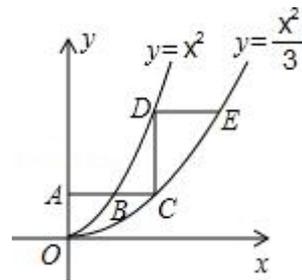


图 2

2. (5分) 如图 2, 平行于 x 轴的直线 AC 分别交抛物线 $y_1=x^2$ ($x \geq 0$) 与 $y_2=\frac{x^2}{3}$ ($x \geq 0$) 于

B, C 两点, 过点 C 作 y 轴的平行线交 y_1 于点 D , 直线 $DE \parallel AC$, 交 y_2 于点 E , 则 $\frac{DE}{BC} =$ _____.

3. (5分) 某电商销售一款夏季时装, 进价 40 元/件, 售价 110 元/件, 每天销售 20 件, 每销售一件需缴纳电商平台推广费用 a 元 ($a > 0$). 未来 30 天, 这款时装将开展“每天降价 1 元”的夏令促销活动, 即从第 1 天起每天的单价均比前一天降 1 元. 通过市场调研发现, 该时装单价每降 1 元, 每天销量增加 4 件. 在这 30 天内, 要使每天缴纳电商平台推广费用后的利润随天数 t (t 为正整数) 的增大而增大, a 的取值范围应为 _____.

4. (15分) 某网店尝试用单价随天数而变化的销售模式销售一种商品, 利用 30 天的时间销售一种成本为 10 元/件的商品售后, 经过统计得到此商品单价在第 x 天 (x 为正整数) 销售的相关信息, 如表 1 所示.

表 1

| | |
|----------------|-----------------------------------------------|
| 销售量 n (件) | $n=50-x$ |
| 销售单价 m (元/件) | 当 $1 \leq x \leq 20$ 时, $m=20+\frac{1}{2}x$ |
| | 当 $21 \leq x \leq 30$ 时, $m=10+\frac{420}{x}$ |

- (1) 请计算第几天该商品单价为 25 元/件?
- (2) 求网店销售该商品 30 天里所获利润 y (元) 关于 x (天) 的函数关系式.
- (3) 这 30 天中第几天获得的利润最大? 最大利润是多少?



参考答案

基础闯关

1. C 2. B 3. B 4. B 5. C.
6. $100(1+x)^2$ 7. 4.9 8. $y=4x^2+160x+1500$ 9. $S=-3x^2+24x$ 10. ①②③
11. (2, 1) 或 (-2, 1) 或 (0, -1) 12. $50 \leq S \leq 68$ 13. 8
14. (1) $y=(200+20x) \times (6-x) = -20x^2 - 80x + 1200$.
(2) 若要平均每天盈利 960 元, 则每千克应降价 2 元.
15. (1) $x=12$.

(2) 设苗圃园的面积为 y , $\therefore y=x(30-2x) = -2x^2+30x$, \therefore 当 $x = \frac{15}{2}$ 时, 即平行于墙的一边长 $15 > 8$ 米, $y_{\text{最大}} = 112.5$ 平方米.
(3) 由题意得 $-2x^2+30x \geq 100$, 解得 $5 \leq x \leq 10$.

16. (1) $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - \frac{5}{2}$.

(2) $P(2, -\frac{3}{2})$.

17. (1) 将 $A(-1, 0)$ 、 $B(3, 0)$ 、 $C(0, -3)$ 代入抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 中, 得: 抛物线的解析式: $y=x^2-2x-3$.

(2) 抛物线的对称轴为直线 $x=1$, 设 $M(1, m)$, 已知 $A(-1, 0)$ 、 $C(0, -3)$, 则 $MA^2=m^2+4$, $MC^2=(3+m)^2+1=m^2+6m+10$, $AC^2=10$. ①若 $MA=MC$, 则 $MA^2=MC^2$, 得

$m^2+4=m^2+6m+10$, 解得 $m=-1$; ②若 $MA=AC$, 则 $MA^2=AC^2$, 得 $m^2+4=10$, 得 $m=\pm\sqrt{6}$;

③若 $MC=AC$, 则 $MC^2=AC^2$, 得 $m^2+6m+10=10$, 得 $m_1=0$, $m_2=-6$, 当 $m=-6$ 时, M, A, C 三点共线, 构不成三角形, 不合题意, 故舍去. 综上所述, 符合条件的 M 点, 且坐标为 M

$(1, \sqrt{6}) (1, -\sqrt{6}) (1, -1) (1, 0)$.

能力挑战

1. A 2. $\sqrt{3}$ 3. $0 < a < 6$

4. (1) 分两种情况: ①当 $1 \leq x \leq 20$ 时, 将 $m=25$ 代入 $m=20+\frac{1}{2}x$, 解得 $x=10$; ②当 $21 \leq x \leq 30$ 时, $25=10+\frac{420}{x}$, 解得 $x=28$ 经检验 $x=28$ 是方程的解. $\therefore x=28$. 故第 10 天或第 28 天时该商品为 25 元/件.

$$(2) y = \begin{cases} -\frac{1}{2}x^2 + 15x + 500 & (1 \leq x \leq 20) \\ \frac{21000}{x} - 420 & (21 \leq x \leq 30) \end{cases}$$

(3) 第 15 天时获得利润最大, 最大利润为 612.5 元.