



“相似三角形的性质”、“图形的位似”自测题

基础闯关

(时间: 45 分钟; 满分: 100 分)

一、选择题 (每小题 4 分, 共 20 分)

- 如图 1, $\triangle ABC \sim \triangle ADB$, 下列关系成立的是 ().
A. $\angle ADB = \angle ACB$ B. $\angle ADB = \angle ABC$
C. $\angle CDB = \angle CAB$ D. $\angle ABC = \angle BDC$
- 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel BC$, $AD=3$, $BD=2$, $EC=1$, 那么 AE 等于 ().
A. 3 B. 2 C. 1.5 D. 1
- 如图 3, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 在边 BC 上, $BE:EC=2:3$, 连接 AE , 交 BD 于点 F , 则 $\triangle BFE$ 的面积与 $\triangle DFA$ 的面积之比为 ().
A. 2:3 B. 4:9 C. 2:5 D. 4:25

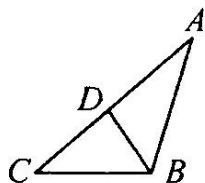


图 1

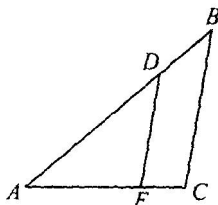


图 2

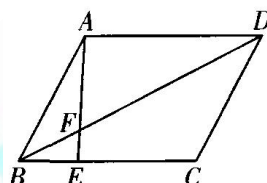


图 3

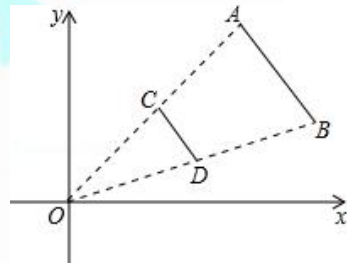


图 4

- 下列说法正确的是 ().
A. 两个等腰三角形一定是位似图形
B. 全等图形一定是位似图形
C. 位似图形对应顶点的连线一定不在同一直线上
D. 位似图形一定是相似的几何图形
- 如图 4, 线段 AB 两个端点的坐标分别为 $A(6, 6)$, $B(8, 2)$, 以原点 O 为位似中心, 在第一象限内将线段 AB 缩小为原来的 $\frac{1}{2}$ 后得到线段 CD , 则端点 C 的坐标为 ().
A. (3, 3) B. (4, 3) C. (3, 1) D. (4, 1)

二、填空题 (每小题 4 分, 共 32 分)

- 两个相似三角形的周长比是 4:9, 则这两个三角形的相似比是 _____.
- 已知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 相似且对应高的比为 2:3, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的周长比为 _____.
- 如图 5, 已知 $DE \parallel BC$, 且 $\frac{AD}{DB} = \frac{1}{2}$, 那么 $\triangle ADE$ 与 $\triangle ABC$ 的面积比等于 _____.
- 如图 6, 在 $\triangle ABC$ 中, $DE \parallel AB$, $CD:DA=2:3$, $DE=4$, 则 AB 的长为 _____.

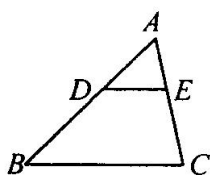


图 5

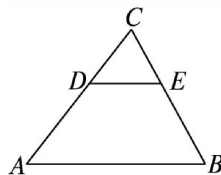


图 6



10. 两个相似三角形的一组对应边长分别为 3cm 和 5cm, 且较小三角形的周长为 15cm, 那么较大三角形的周长为_____cm.

11. 若 O 为 $\triangle ABC$ 的重心, $\triangle BOC$ 的面积为 4, 则 $\triangle ABC$ 的面积为_____.

(改编) 12. 如图 7, 等边 $\triangle ABC$ 的边长为 4, DE 是它的中位线, 则下列三个结论: ① $DE = 1$; ② $\triangle CDE \sim \triangle CAB$; ③ $\triangle CDE$ 与 $\triangle CAB$ 的面积之比为 1:4. 其中正确的有_____. (填序号)

13. 如图 8, 正方形 ABCD 与正方形 OEFG 中, 点 D 和点 F 的坐标分别为 (-3, 2) 和 (1, -1), 则这两个正方形的位似中心的坐标为_____.

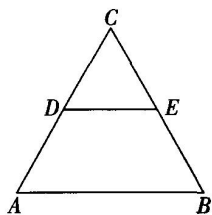


图 7

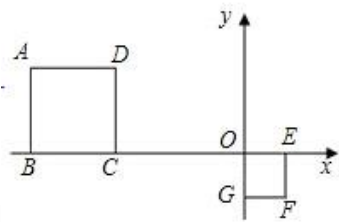


图 8

三、解答题 (共 48 分)

14. (12 分) 如图 9, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 D, B, C, E 在一条直线上, $\angle DAE = 120^\circ$.

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle ECA$.

(2) 若 $AD=3$, $AE=5$, $BC=2$, 求 DE 的长.

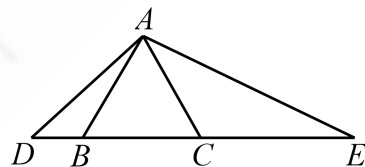


图 9

15. (12 分) 如图 10, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=6$, $AB=9$. 在边 AC 上有一点 D, 且 $AD=4$. 问: 边 AB 上是否存在一点 E, 使 $\triangle ADC$ 与 $\triangle ACB$ 相似? 如果存在, 请算出 AE 的长; 若不存在, 请说明理由.

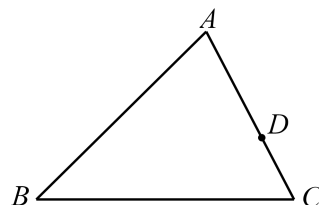


图 10



16. (12分) 如图 11, 在平面直角坐标系中, $\triangle OAB$ 的顶点坐标分别为 $O(0, 0)$, $A(5, 4)$, $B(3, 0)$, 分别将点 A, B 的横坐标、纵坐标都乘 2, 得到相应的点 $A'B'$ 坐标.

(1) 画 $\triangle OA'B'$.

(2) $\triangle OA'B'$ 与 $\triangle OAB$ 是位似形吗? 为什么?

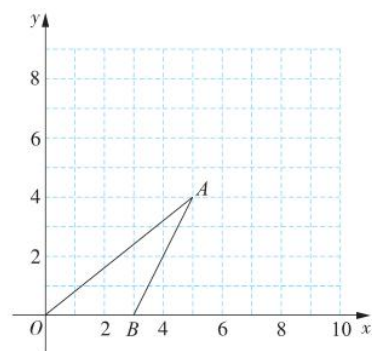


图 11

17. (12分) 如图 12, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 以 CD 为直径作 $\odot O$, $\odot O$ 与边 BC 相交于点 F , $\odot O$ 的切线 DE 与边 AB 相交于点 E , 且 $AE=3EB$.

(1) 求证: $\triangle ADE \sim \triangle CDF$.

(2) 当 $CF:FB=1:2$ 时, 求 $\odot O$ 与平行四边形 $ABCD$ 的面积之比.

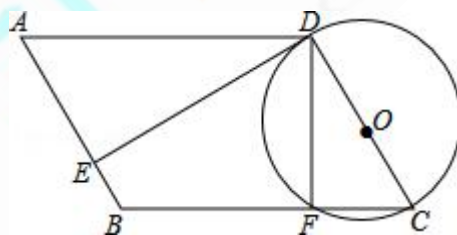


图 12

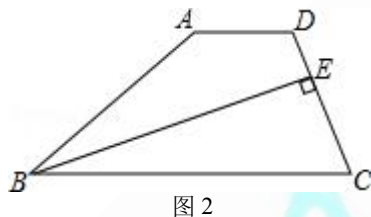
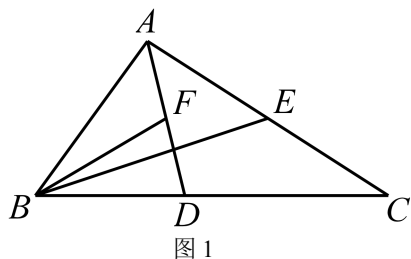


能力挑战

(满分: 30 分)

1. (5 分) 如图 1, $\triangle ABC \sim \triangle DBA$, D 为 BC 上一点, E, F 分别是 AC, AD 的中点, 且 $AB = 28\text{cm}$, $BC = 36\text{cm}$, 则 $\frac{BE}{BF} =$ ().

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{5}{3}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{9}{7}$



2. (5 分) 如图 2, 在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, BE 平分 $\angle ABC$ 交 CD 于 E , 且 $BE \perp CD$, $CE : ED = 2 : 1$. 如果 $\triangle BEC$ 的面积为 8, 那么四边形 $ABED$ 的面积是_____.

3. (5 分) 如图 4, 在平面直角坐标系内, 已知点 $A(0, 6)$, 点 $B(8, 0)$, 动点 P 从点 A 开始在线段 AO 上以每秒 1 个单位长度的速度向点 O 移动, 同时动点 Q 从点 B 开始在线段 BA 上以每秒 2 个单位长度的速度向点 A 移动, 设点 P, Q 移动的时间为 t 秒. 当 $t =$ _____ 秒时, $\triangle APQ$ 的面积为 $\frac{24}{5}$ 个平方单位.

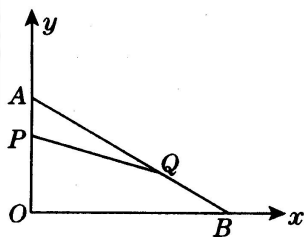


图 4

4. (15 分) 如图 5, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 2$, 点 D 在 BC 上运动 (不能到达 B, C), 过点 D 作 $\angle ADE = 45^\circ$, DE 交 AC 于 E .

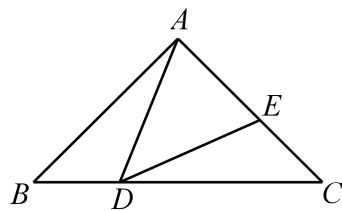


图 5

(1) 求证: $\triangle ABD \sim \triangle DCE$.

(2) 设 $BD = x$, $AE = y$, 试用含有 x 的代数式表示 y .

(3) 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时, 求 AE 的长.



参考答案

基础闯关

1. B 2. C 3. D 4. D 5. A 6. 4:9 7. 2:3 8. 1:9 9. 10 10. 25

11. 12 12. ②③ 13. (-1, 0)或(5, -2)

14. (1) 略. (2) 7.5.提示: 可证 $\triangle EAC \sim \triangle EDA$.15. 若 $\triangle ADE \sim \triangle ACB$, 则 $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} \therefore \frac{4}{6} = \frac{AE}{9} \therefore AE = 6$; 若 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 则

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \therefore \frac{4}{9} = \frac{AE}{6} \therefore AE = \frac{8}{3}.$$

16. 图略, $\triangle OA'B'$ 与 $\triangle OAB$ 是位似图形.17. (1) $\because CD$ 是 $\odot O$ 的直径, $\therefore \angle DFC = 90^\circ$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore \angle A = \angle C$, $AD \parallel BC$, $\therefore \angle ADF = \angle DFC = 90^\circ$. $\because DE$ 为 $\odot O$ 的切线, $\therefore DE \perp DC$, $\therefore \angle EDC = 90^\circ$, $\therefore \angle ADF = \angle EDC = 90^\circ$, $\therefore \angle ADE = \angle CDF$. $\because \angle A = \angle C$, $\therefore \triangle ADE \sim \triangle CDE$.(2) $\because CF:FB=1:2$, $\therefore$ 设 $CF=x$, $FB=2x$, 则 $BC=3x$. $\because AE=3EB$, 设 $EB=y$, 则 $AE=3y$, $AB=4y$. $\because$ 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $\therefore AD=BC=3x$, $AB=DC=4y$. $\because \triangle ADE \sim \triangle CDF$, $\therefore \frac{AE}{AD} = \frac{CF}{CD}$, $\therefore \frac{3y}{3x} = \frac{x}{4y}$. $\because x, y$ 均为正数, $\therefore x=2y$, $\therefore BC=6y$, $CF=2y$, 在 $Rt\triangle DFC$ 中, $\angle DFC=90^\circ$,由勾股定理得 $DF = \sqrt{DC^2 - FC^2} = \sqrt{(4y)^2 - (2y)^2} = 2\sqrt{3}y$, $\therefore \odot O$ 的面积为 $\pi \cdot (\frac{1}{2}DC)^2$

$$= \frac{1}{4}\pi \cdot DC^2 = \frac{1}{4}\pi (4y)^2 = 4\pi y^2, \text{ 四边形 } ABCD \text{ 的面积为 } BC \cdot DF = 6y \cdot 2\sqrt{3}y = 12\sqrt{3}y^2, \therefore \odot O$$

与四边形 $ABCD$ 的面积之比为 $4\pi y^2 : 12\sqrt{3}y^2 = \pi : 3\sqrt{3}$.

能力挑战

1. D 2. 1 3. 2或3

4. (1) 略. (2) $\because \triangle ABD \sim \triangle DCE$, $\therefore \frac{AB}{DC} = \frac{BD}{CE}$. $\because AB=2$, $BD=x$, $AE=y$ $\therefore DC = 2\sqrt{2} - x$,

$$EC = 2 - y, \therefore \frac{2}{2\sqrt{2} - x} = \frac{x}{2 - y}, \therefore y = \frac{1}{2}x^2 - \sqrt{2}x + 2.$$

(3) ①若 $AD=AE$, 则 $\angle AED = \angle ADE$, $\therefore \angle DAE = 90^\circ$, 此时 D 点与 B 点重合, 不符题意;②若 $AD=DE$, 则 $\triangle ABD \cong \triangle DCE$, $\therefore CD = BA = 2$, $\therefore BD = CE = 2\sqrt{2} - 2$, $\therefore$ $AE = 2 - (2\sqrt{2} - 2) = 4 - 2\sqrt{2}$; ③若 $AE=DE$, 则 $\angle DAE = \angle ADE = 45^\circ$, $\therefore$ $AD \perp BC, DE \perp AC$, $\therefore AE = CE = \frac{1}{2}AC = 1$. 综上, 当 $\triangle ADE$ 是等腰三角形时, AE 的长为 $4 - 2\sqrt{2}$ 或 1 .